

任意四元非平面阵的定向性能分析

庞学亮¹, 张效民², 任丽英³

(1. 武汉海军工程大学兵器工程系, 武汉 430033;

2. 西北工业大学航海学院, 西安 710072;

3. 济南军区装备部电化教研室, 济南 250022)

摘要: 定向精度是被动声纳系统重要技术指标, 合理的阵结构可以提高其定向性能。建立空间任意四元阵模型, 利用矩阵变换推导出定向的最小二乘解并从理论上给出方位角估计的误差公式, 求得方位角估计方差的均值最小和不受方位角影响应满足的条件。借助计算机仿真给出俯仰角的估计误差的定性分析。最后得到空间四元阵在满足一定的空间结构时具有最佳的定向性能, 为四元阵设计提供了参考依据。

关键词: 任意四元阵; 时延估计; 矩阵变换; 最小二乘

中图分类号: TN912

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630-(2005)03-0160-04

Directional performance of four-elements arbitrary array

PANG Xue-liang¹, ZHANG Xiao-min², REN Li-ying³

(1. Department of Weapon Engineering, Naval University of Engineering Wuhan 430033, China;

2. College of Marine Engineering, Northwest Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

3. Equipment Department, Military District of Ji'nan, Ji'nan 250022, China.)

Abstract: Precision of bearing estimation is important in sonar systems, and appropriate configuration of the array can improve directional performance. This paper presents a model of four element arbitrary array and derives a least square solution based on a matrix transform. A formula of azimuth error estimation is given in theory, and the conditions that the mean variance of azimuth estimation is minimum and independent of the azimuth are obtained. By computer simulation, a qualitative analysis of the errors in estimating the elevation angle is presented. It is concluded that the array has optimal directional performance when certain configuration is realized, providing reference to the design of arrays.

Key words: arbitrary array; time delay estimation; matrix transform; least square estimation

1 引言

在目标的被动定向、跟踪技术中, 声阵的设计具有十分重要的地位, 如何设计性能优良、结构简单合理的声阵是目标被动定向、跟踪的关键技术之一。基于时延估计的声测无源定向是利用声压传感器阵列和电子装置接收目标的噪声信号, 通过计算目标声

信号到达不同传感器的时间延迟而估计目标方位。目前国内的许多研究工作大都是针对平面阵或固定的阵型结构, 并没有对空间任意阵的定向性能进行分析, 进而选择合理的阵结构。本文为给出任意四元非平面阵的模型, 采用矩阵分解推导出定向的最小二乘解, 通过理论分析和计算机仿真给出了其定向性能分析, 为阵形的选择提供了参考。

2 任意四元非平面阵模型与定向原理

空间任意四元阵的阵形结构如图 1。

收稿日期: 2004-05-25; 修改日期: 2004-07-11

作者简介: 庞学亮 (1978-), 男, 硕士研究生, 主要从事信号检测与目标识别方向研究。

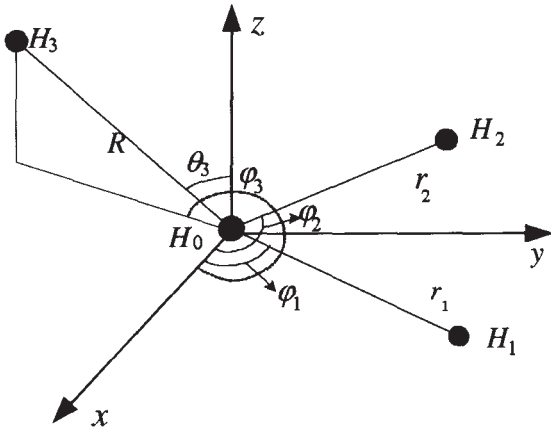


图1 四元阵模型

Fig.1 The model of arbitrary array with four elements

它由四个阵元 H_0, H_1, H_2, H_3 在空间任意布放组成。为简化分析, H_0, H_1, H_2 位于平面 xoy 内, H_0 位于坐标原点, H_1, H_2 与 ox 夹角分别为 φ_1, φ_2 , 到原点的距离分别为 r_1, r_2 与 oz 夹角为 θ_3 , 在 xoy 的投影和 ox 的夹角为 φ_3 , 到原点的距离 r_3 。

H_0, H_1, H_2, H_3 空间坐标分别为: $\mathbf{P}_0 = [0 \ 0 \ 0]$, $\mathbf{P}_1 = [r_1 \cos \varphi_1 \ r_1 \sin \varphi_1 \ 0]$, $\mathbf{P}_2 = [r_2 \cos \varphi_2 \ r_2 \sin \varphi_2 \ 0]$, $\mathbf{P}_3 = [r_3 \sin \theta_3 \cos \varphi_3 \ r_3 \sin \theta_3 \sin \varphi_3 \ r_3 \cos \theta_3]$, 目标的单位向量为: $\mathbf{T} = [\sin \theta \cos \varphi \ \sin \theta \sin \varphi \ \cos \theta]$, φ 为目标的方位角, θ 为目标的俯仰角。

当目标声源距基阵的距离比阵元间距大的多时, 假设基阵接收的信号是平面波。则各阵元接收到信号的时延构成的向量为: $\mathbf{D} = [\tau_{01} \tau_{02} \tau_{03} \tau_{12} \tau_{13} \tau_{23}]$, 这里 $\tau_{01} = \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{T} / c$, $\tau_{02} = \mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{T} / c$, $\tau_{03} = \mathbf{P}_3 \cdot \mathbf{T} / c$, $\tau_{12} = (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1) \cdot \mathbf{T} / c$, $\tau_{13} = (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_1) \cdot \mathbf{T} / c$, $\tau_{23} = (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_2) \cdot \mathbf{T} / c$, c 为声速。写成矩阵形式为: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{T}^T = \mathbf{c} \cdot \mathbf{D}^T$, 上标 T 表示转置, 即

$$\begin{bmatrix} r_1 \cos \varphi_1 & r_1 \sin \varphi_1 & 0 \\ r_2 \cos \varphi_2 & r_2 \sin \varphi_2 & 0 \\ r_3 \sin \theta_3 \cos \varphi_3 & r_3 \sin \theta_3 \sin \varphi_3 & r_3 \cos \theta_3 \\ r_2 \cos \varphi_2 - r_1 \cos \varphi_1 & r_2 \sin \varphi_2 - r_1 \sin \varphi_1 & 0 \\ r_3 \sin \theta_3 \cos \varphi_3 - r_1 \cos \varphi_1 & r_3 \sin \theta_3 \sin \varphi_3 - r_1 \sin \varphi_1 & r_3 \cos \theta_3 \\ r_3 \sin \theta_3 \cos \varphi_3 - r_2 \cos \varphi_2 & r_3 \sin \theta_3 \sin \varphi_3 - r_2 \sin \varphi_2 & r_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\tau_{01} \\ c\tau_{02} \\ c\tau_{03} \\ c\tau_{12} \\ c\tau_{13} \\ c\tau_{23} \end{bmatrix} \quad (1)$$

上述6个方程中, 只有3个独立方程。式中两个未知参数 θ, φ , 其中右侧为观测值, 构成二元二次超定方程组。上式方程利用最小二乘法求解, 由于 $\mathbf{A} = \mathbf{K} \cdot \tilde{\mathbf{A}}$, 这里

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} r_1 \cos \varphi_1 & r_1 \sin \varphi_1 & 0 \\ r_2 \cos \varphi_2 & r_2 \sin \varphi_2 & 0 \\ r_3 \sin \theta_3 \cos \varphi_3 & r_3 \sin \theta_3 \sin \varphi_3 & r_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix}$$

由最小二乘法得:

$$\mathbf{T}^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{c} \cdot \mathbf{D} = \mathbf{c} \cdot (\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{K}^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{A}})^{-1} \tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{K}^T \mathbf{D} = \mathbf{c} \cdot \tilde{\mathbf{A}}^{-1} (\mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} (\tilde{\mathbf{A}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{K}^T \mathbf{D} = \mathbf{c} \cdot \tilde{\mathbf{A}}^{-1} (\mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{D} \quad (2)$$

令 $(\mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{D} = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$, 在满足 $|\tilde{\mathbf{A}}| \neq 0$ 时, $\cos \theta_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \neq 0$, 要求布阵为非平面阵, 则 $\mathbf{T}^T = \mathbf{C} \cdot \tilde{\mathbf{A}}^{-1} [d_1 \ d_2 \ d_3]$, 可以求得:

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \left(-\frac{r_2 \cos \varphi_2 \cdot d_1 - r_1 \cos \varphi_1 \cdot d_2}{r_2 \sin \varphi_2 \cdot d_1 - r_1 \sin \varphi_1 \cdot d_2} \right) \quad (3)$$

$$\theta = \text{tg}^{-1} \left\{ \cos \theta_3 \sqrt{r_2^2 d_1^2 + r_1^2 d_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) d_1 d_2} / [r_2 \sin \theta_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) d_1 - r_1 \sin \theta_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_1) d_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) d_3] \right\} \quad (4)$$

3 定向精度分析

为便于误差分析, 假设各时延估计值的噪声服从均值为0、方差为 σ_τ 的高斯分布。则时延误差引起的方位角估计方差为:

$$\sigma_\varphi^2 = \left[\left(\frac{1}{2} r_2^2 \cos^2 \varphi_2 + \frac{1}{2} r_1^2 \cos^2 \varphi_1 - \frac{1}{2} r_1 r_2 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 \right) \cos^2 \varphi + \left(\frac{1}{2} r_2^2 \sin^2 \varphi_2 + \frac{1}{2} r_1^2 \sin^2 \varphi_1 - \frac{1}{2} r_1 r_2 \sin \varphi_2 \sin \varphi_1 \right) \sin^2 \varphi + (r_2^2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 + r_1^2 \cos \varphi_1 \sin \varphi_1) - \frac{1}{2} r_1 r_2 \sin(\varphi_2 + \varphi_1) \right] \frac{c^2 \sigma_\tau^2}{r_1^2 r_2^2 \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) \sin^2 \theta} \quad (5)$$

$$\text{取其均值: } \overline{\sigma_\varphi^2} = \frac{\frac{1}{2} r_2^2 + \frac{1}{2} r_1^2 - \frac{1}{2} r_1 r_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}{2 r_1^2 r_2^2 \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) \sin^2 \theta} c^2 \sigma_\tau^2,$$

求 $\overline{\sigma_\varphi^2}$ 得最小值为:

$$\text{当 } \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{(r_1^2 + r_2^2) - \sqrt{r_1^4 + r_2^4 + r_1^2 r_2^2}}{r_1 r_2} \text{ 时, 有最}$$

$$\text{小值: } \overline{\sigma_{\varphi \min}^2} = \frac{c^2 \sigma_\tau^2}{8 \sin^2 \theta ((r_1^2 + r_2^2) - \sqrt{r_1^4 + r_2^4 + r_1^2 r_2^2})}$$

令 $k = r_2 / r_1$, 当 r_1 为定值, $\overline{\sigma_{\varphi \min}^2}$ 随着 k 的增大而减小, 但 σ_φ^2 随着方位角 φ 变化波动幅度增大。

为了使 φ 的定位误差不受方位角的影响, 则要满足(5)式的分子为常数, 对其求导得:

$$(r_2^2 \cos 2\varphi_2 + r_1^2 \cos 2\varphi_1 - r_1 r_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2)) \sin 2\varphi$$

$$+ (r_2^2 \sin 2\varphi_2 + r_1^2 \sin 2\varphi_1 - r_1 r_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2)) \cos 2\varphi = 0$$

$$\text{所以有: } \begin{cases} r_2^2 \cos 2\varphi_2 + r_1^2 \cos 2\varphi_1 - r_1 r_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \\ r_2^2 \sin 2\varphi_2 + r_1^2 \sin 2\varphi_1 - r_1 r_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \end{cases}$$

$$\text{此方程组仅当 } \begin{cases} r_1 = r_2 \\ \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1/2 \end{cases} \text{ 时成立,}$$

$$\text{此时 } \sigma_\varphi^2 = \frac{c^2 \sigma_r^2}{2 \sin^2 \theta}。$$

由于 θ 求解表达式的分子中含有根式, 且根式中含有 d_1, d_2 的二次项, 使得 θ 的求解表达式对 $d_i, i=1, 2, 3$ 分别求偏导变得十分繁琐, 所以推导 θ 的估计精度表达式较困难。本文借助计算机, 在时延真值上叠加白噪声, 产生 20 个时延向量, 然后通过公式(2)和(4)求解出 20 个俯仰角估计值, 再计算其方差。这样作出俯仰角估计方差在不同的已知参数下, 随某些参数的变化图, 给出其定性分析。

4 数值仿真

4.1 方位角估计仿真

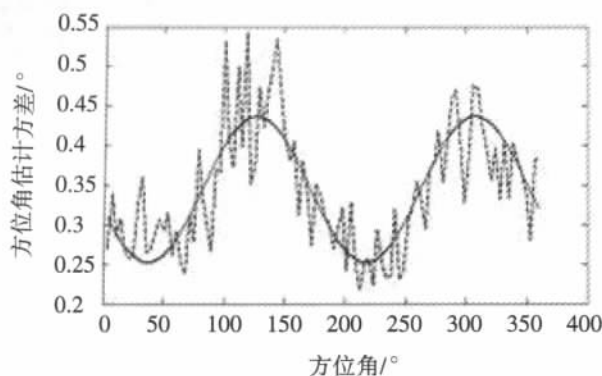


图2 方位角估计方差随方位角变化图

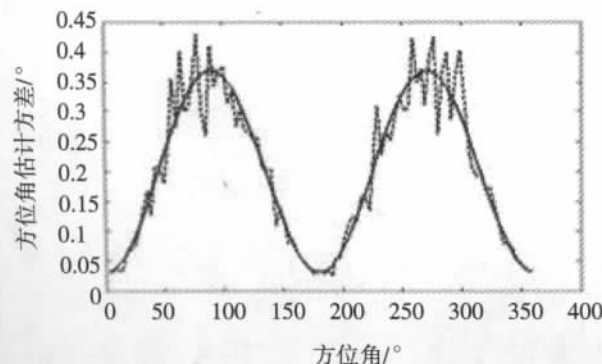


图3 方位角估计方差随方位角变化图

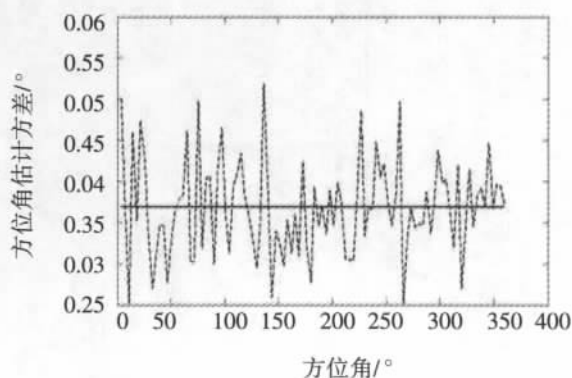


图4 方位角估计方差随方位角变化图

取时延估计噪声的均值为 0, 方差 10^{-10}s^2 。图 2~4 中实线为理论估计误差曲线, 虚线为仿真得到的估计误差曲线。图 2 为 $r_1=r_2=1\text{m}, \theta=\pi/2, \varphi_1=0, \varphi_2=74.4577^\circ$ 时, 方位角的估计方差随方位角的变化图, 此时方差的均值最小。图 3 为 $r_2=3\text{m}, \varphi_2=81.1681^\circ$ 时, 方位角的估计方差随方位角的变化图, 可见方差的均值减小, 波动的幅度增大。图 4 为 $r_1=r_2=1\text{m}, \varphi_2=\pi/2$ 时, 方位角的估计方差随方位角的变化图, 可见方位角估计方差不受方位角的影响, 这时阵元 H_0, H_1, H_2 在 xoy 平面构成等边三角形, 具有平面对称结构, 可以消除方位角不同对其估计精度的影响。图 2、3、4 仿真说明上面理论分析的正确性

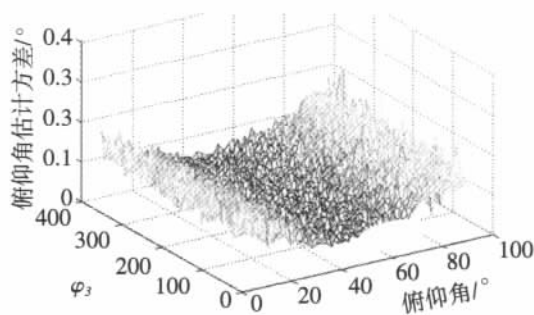


图5 俯仰角估计方差随 φ_3 和 θ 变化图 ($\theta_3=\pi/3$)

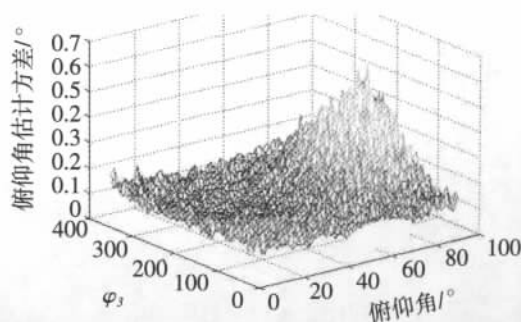


图6 俯仰角估计方差随 φ_3 和 θ 变化图 ($\theta_3=\pi/6$)

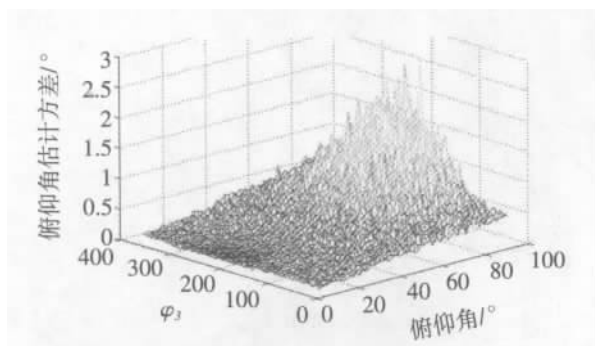
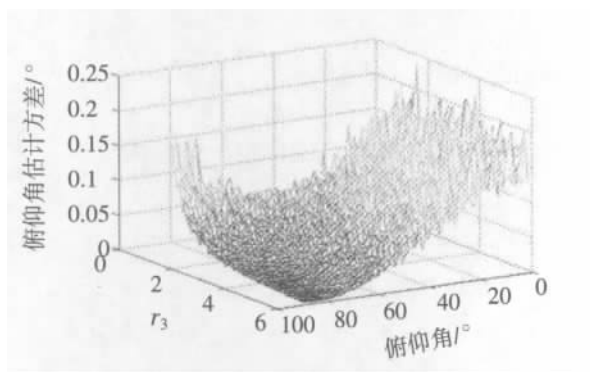
图7 俯仰角估计方差随 φ_3 和 θ 变化($\theta_3=\pi/3$)

图8 俯仰角估计方差变化图

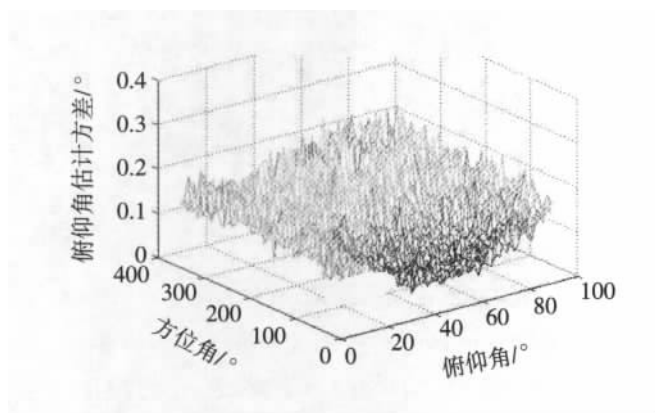


图9 俯仰角估计方差变化图

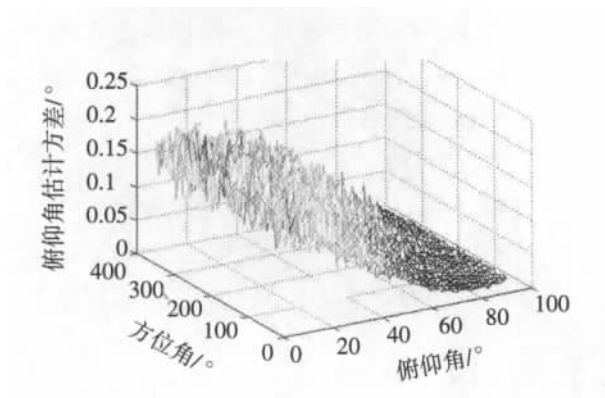


图10 俯仰角估计方差变化图

4.2 俯仰角估计仿真

取时延估计噪声的均值为0, 方差为 $5 \times 10^{-11} \text{s}^2$, 图5、图6、图7分别为 $r_1=r_2=1\text{m}$ $\varphi_1=0, \varphi_2=\pi/3, \theta_3$ 分别为 $0, \pi/6, \pi/3$ 时, 俯仰角的估计方差随俯仰角和 φ_3 的变化图。

从仿真结果可见, φ_3 对俯仰角估计产生影响。当 θ_3 增大时, 俯仰角的估计性能变差, 因此在 $\theta_3=0$ 时具有最佳的定向性能。图8给出了在 $r_1=r_2=1\text{m}, \theta_3=0, \varphi_1=0, \varphi_2=\pi/3$ 情况下, 俯仰角估计方差随俯仰角和 r_3 的变化图。可见随着 r_3 增大, 俯仰角估计方差减小, 特别在俯仰角较大时明显减小。图9为 $r_1=r_2=1\text{m}, \theta_3=0, \varphi_1=0, \varphi_2=\pi/3$ 俯仰角估计方差随方位角和俯仰角的变化图。从图9可见此时俯仰角估计受俯仰角和方位角影响。图10为增大 $r_3=3\text{m}$ 时俯仰角估计方差随方位角和俯仰角变化图, 此时俯仰角估计受方位角影响不明显, 且在俯仰角较大时的估计精度明显提高。

5 总 结

本文推导了空间四元阵的定向公式, 并对方位角的估计精度进行了理论分析, 给出了其估计方差均值最小和不受方位角的影响应满足的条件, 通过仿真说明了其正确性。在实际设计中可取 $r_1=r_2, H_1$ 和 H_2 的夹角为 60° , 此时方位角估计具有最优的性能。由于俯仰角的估计精度理论分析比较困难, 文中给出满足方位角估计不受方位角影响情况下的仿真, 可见当 $\theta_3=0$ 时俯仰角的估计是最优的, 同时可以增大 r_3 来提高大俯仰角的估计精度。

参 考 文 献

- [1] 李后虎. 声纳信号处理引论[M]. 北京: 海洋出版社, 1985. 335-338.
- [2] 郑兆宁, 向大威. 水声信号被动检测与参数估计理论[M]. 北京: 科学出版社, 1983. 477-489.
- [3] 祝龙石, 庄志洪, 张清泰. 利用圆阵实现声目标的全空域被动定位[J]. 声学学报, 1999, 24(2): 204-209.
- [4] AZIZULH, QUZI. An overview on time delay estimation in active and passive systems for target localization[J]. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal processing, 1981, 29: 527-533.
- [5] Knapp C H, Carter G C. The generalized correlation method for estimation of time delay[J]. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal processing, vol, 1976, 24: 320-327.