

引用格式: 翟玉爽, 冯海泓, 李记龙. 极化码在 OFDM 水声通信中的应用研究[J]. 声学技术, 2021, 40(1): 29-38. [ZHAI Yushuang, FENG Haihong, LI Jilong. Research on the application of Polar codes to underwater acoustic OFDM communication system[J]. Technical Acoustics, 2021, 40(1): 29-38.]
DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2021.01.005

极化码在 OFDM 水声通信中的应用研究

翟玉爽^{1,2}, 冯海泓¹, 李记龙¹

(1. 中国科学院声学研究所东海研究站, 上海 201815; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 极化码(Polar code)因其高可靠性、实用的线性编、译码复杂度和理论上唯一可达香农极限等特点, 成为信道编码领域新的研究热点。其编、译码方法的研究扩展至多种信道类型和应用领域, 但在水声信道中的理论证明和应用研究相对较少且滞后。针对具有显著多途、多普勒扩散和有限带宽等复杂特性的水声信道, 文章提出了与之相匹配的极化码信道编码机制; 并结合正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)技术搭建水声通信仿真系统, 研究极化码在 OFDM 水声通信系统中的性能表现; 同时研究极化码在不同的水声信道模型、信道参数、码长、码率下的性能。仿真结果表明, 在信噪比为 4 dB 时, 码率为 1/2 的极化码在水声时变信道中的误码率可达 $10^{-4} \sim 10^{-5}$, 优于低密度校验(Low density Parity Check, LDPC)、Turbo 码, 约有 0.5~1 dB 的性能增益, 该极化码信道编码机制与水声信道相匹配, 可有效提高水声通信的可靠性。

关键词: 极化码; 信道编码; 水声通信; 正交频分复用; 水声信道

中图分类号: TB56

文献标志码: A

文章编号: 1000-3630(2021)-01-0029-10

Research on the application of Polar codes to underwater acoustic OFDM communication system

ZHAI Yushuang^{1,2}, FENG Haihong¹, LI Jilong¹

(1. Shanghai Acoustic Laboratory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201815, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Polar code is a new research hotspot in the field of channel coding due to its high reliability and lower encoding and decoding complexity, and it can reach the Shannon capacity limit in theory. The ongoing researches on Polar codes have provided numerous code construction algorithms and decoding methods for several kinds of channel types and application fields. However, the theoretic proofs and the performances of Polar codes in underwater acoustic (UWA) channels are relatively less concerned. In this paper, a Polar code channel coding mechanism is established, which matches the UWA channel with significant multipath, strong Doppler spreading, limited bandwidth, and other complex random transmission characteristics. Then the performance of Polar codes is studied in the UWA communication system with the orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) technique by theoretical analysis and simulation. Meanwhile, the BER performances of Polar codes under different UWA channel models, channel parameters, code lengths, and code rates are also compared. The simulation results show that the BER of Polar codes with a code rate of 1/2 in the underwater time-varying channel can reach $10^{-4} \sim 10^{-5}$ when the signal-to-noise ratio (SNR) is 4 dB, which is about 0.5~1 dB better than LDPC and Turbo codes. The results demonstrate that the proposed mechanism matches the UWA channel well, thus the application of Polar codes is suitable and reliable in UWA communication systems.

Key words: Polar code; channel coding; underwater acoustic communication; orthogonal frequency division multiplexing (OFDM); underwater acoustic channel

0 引言

水下信道普遍存在多途干扰严重、多普勒频移、噪声干扰大、声传播损耗、可用带宽极为有限

等因素, 极大地制约了水声通信的发展。正交频分复用技术(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)可降低多途干扰, 频带利用率高, 并具有简化接收端信道均衡操作、可兼容其他信号处理技术等优势, 是实现高速稳健水声通信的有效方案^[1]。为进一步提高通信系统传输质量, 将现有的水声通信技术与先进信道编码技术进行结合, 是目前水声通信的一个新的研究热点。

初期数字水声通信采用博斯-乔赫里-霍克文黑

收稿日期: 2020-04-27; 修回日期: 2020-05-16

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61531018)。

作者简介: 翟玉爽(1994—), 女, 山东淄博人, 硕士, 研究方向为水声通信。

通信作者: 冯海泓, E-mail: fhh@mail.ioa.ac.cn

姆(Bose Chaudhuri Hocquenghem, BCH)码、里德-所罗门(Reed-Solomon, RS)码、卷积码等传统信道编码方法^[2]。近 20 年来, Turbo 码与低密度校验(Low Density Parity Check, LDPC)码得到广泛研究和应用,两者具有优越的纠错性能并接近香农限^[3]。2009 年,土耳其学者 Arikan^[4]提出了极化码的设计思想,首次以构造性方法证明信道容量渐近可达。因其高可靠性、实用的线性编译码复杂度和理论上唯一可达香农极限等特点,极化码成为信道编码领域的热门研究方向,并写入 5G 标准^[5]。其编译码方法的研究已扩展至众多信道类型和应用领域:

(1) 编码时码字构造方法的研究, Arikan^[4]针对二进制删除信道(Binary Erasure Channels, BEC)提出巴氏参数法, Mori 等^[6]提出适用于所有类型的二进制输入离散无记忆信道(Binary Input Discrete Memoryless Channel, BDMC)的密度进化(Density Evolution, DE)法, 高斯信道(Additive White Gaussian Noise Channel, AWGNC)中, 有高斯近似(Gaussian Approximation, GA)法^[7]、蒙特卡洛逼近法^[4]、巴氏参数界法^[8]和 Design-SNR^[9]法等, 另外部分序构造法^[10]以及极化度量(Polarization Weight, PW)法^[11]等不依赖于信道条件的通用构造法成为新的研究热点; (2) 极化码译码算法的研究, Arikan 的另一个重要贡献是提出了串行抵消(Successive Cancellation, SC)译码算法^[4], 在平衡性能和计算复杂度的基础上, 串行抵消列表(Successive-Cancellation List, SCL)算法^[12-13]、循环冗余校验码辅助的 SCL(Cyclic Redundancy Check Assisted SCL, CA-SCL)算法^[14-15]、置信传播(Belief Propagation, BP)算法^[16]、软输出连续删除(Soft Cancellation, SCAN)算法^[17]等译码方法相继产生; (3) 极化码在并行通信、信源编码、编码调制技术以及物理层信息保密技术等相关理论研究领域的发展。目前, 极化码的应用场景由最初的二进制离散无记忆信道(Binary Discrete Memoryless Channel, BDMC)向着其他信道拓展, 如高斯信道^[9]、衰落信道^[18]等, 但在水声信道中的理论证明和应用研究相对较少且滞后^[19-20]。

本文针对具有明显多途、多普勒扩散和有限带宽等复杂特性的水声信道, 对 Arikan^[4]提出的极化码的码字构造可靠性估计方法和译码方法予以改进和优化, 建立与水声信道相匹配的极化码信道编码机制; 并结合 OFDM 技术搭建水声通信系统, 对提出的极化码信道编码机制在 OFDM 水声通信中的性能表现进行理论研究、仿真验证; 同时针对不同水声信道模型、信道参数以及不同极化码参数, 研究极化码在水声通信中的性能变化, 并与目前应

用成熟且性能优越的 LDPC 码、Turbo 码进行对比。

1 极化码与水声信道

1.1 极化码

Polar 码的应用基于信道极化定理^[4]。给定的任意 BDMC 信道 $W: x \rightarrow y$, 令 $W(y|x)$ 为信道转移概率。其信道容量 $I(W)$ 表示能够通过信道 W 无错误传输的最大信息速率, 用以衡量信道传输速率。其巴氏参数 $Z(W)$ 为只传输 0 或者 1 的最大似然判决错误概率的上限, 用以衡量信道传输可靠性。

$$I(W) \triangleq \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} \frac{1}{2} W(y|x) \log_2 \frac{W(y|x)}{\frac{1}{2} W(y|0) + \frac{1}{2} W(y|1)} \quad (1)$$

$$Z(W) \triangleq \sum_{y \in Y} \sqrt{W(y|0)W(y|1)} \quad (2)$$

若极化码码长为 $N=2^n$ (n 为任意正整数), 则将 BDMC 信道的 N 个独立副本 W 经过信道合并与信道分离, 得到 N 个极化子信道 $W_{N,i}$, $i=1, 2, \dots, N$ 。当 $N \rightarrow \infty$ 时, 一部分子信道容量趋近于 1, 即该信道为好的无噪声信道, 而另一部分子信道信道容量趋近于 0, 即差的完全噪声信道。其中容量为 1 的信道占信道总数的比例正好是原 BDMC 信道的信道容量 $I(W)$, 这一现象称作信道极化。在有限码长下, 信道极化不完全, 随着 N 增大, 极化趋势更明显, 以 BEC 信道为例, $N=1\ 024$ 时极化现象如图 1 所示。

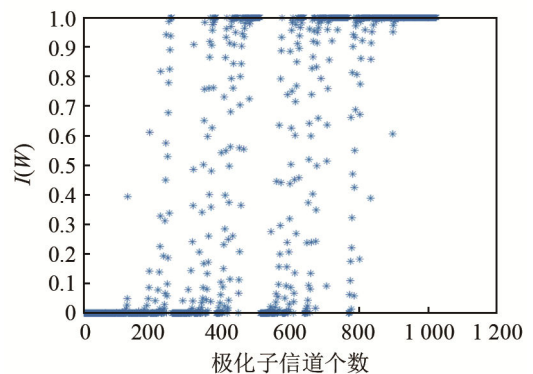


图 1 码长 $N=1\ 024$ 时 BEC 信道极化现象示意图
Fig.1 Schematic diagram of BEC channel polarization when $N=1\ 024$

极化码信道编码的应用流程分为极化子信道的可靠性估计即码字构造、编码和译码 3 个步骤:

(1) 基于信道极化现象, 编码前需根据码字构造方法, 进行极化子信道的可靠性估计, 挑选出 K 个较好的子信道 A , 用以放置 K 个信息比特 u_A , 在其余较差的子信道 A_c 上放置收发双方都已知的 $(N-k)$ 个固定冻结比特 u_{A_c} , 即可得到原始发送序列 $u_{1,N}$ 。码率可表示为

$$R = \frac{\text{源信息比特数量}(K)}{\text{源信息比特数量}(K) + \text{固定比特数量}(N-K)}$$

(2) 将原始发送序列 $u_{1,N}$ 与生成矩阵 G_N 相乘, 得到发送序列 $x_{1,N}$, 完成极化码编码:

$$x_{1,N} = u_{1,N} G_N = u_A G_N(A) \oplus u_{A_c} G_N(u_{A_c}) \quad (3)$$

其中生成矩阵 G_N 可以表示为

$$G_N = B_N F_{\otimes n} \quad (4)$$

式中: B_N 为比特反序重排(Bit-inverse)矩阵; $F_{\otimes n}$ 表示对矩阵 F 进行 n 次克罗内克积操作, F 为

$$F \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

(3) 极化码译码, 在串行抵消(Successive Cancellation, SC)译码算法下, 极化码被证明信道容量可达, 且复杂度仅为 $O(N \log N)$ [4]。对于极化码 (N, K, A, u_{A_c}) , 以 SC 译码为例, 是根据极化子信道的信道转移概率 $W_{N,i}$, $1 \leq i \leq N$, 逐位进行似然判决译码, 且每一个译出的比特都会作为可靠信息参与后续译码, 以获得原始发送序列 $u_{1,N}$ 的估计值 $\hat{u}_{1,N}$ 。

$$W_{N,i}(y_{1,N}, u_{1,i-1} | u_i) \triangleq \sum_{u_{i+1,N} \in \mathcal{Z}^{N-i}} \frac{1}{2^N} W_N(y_{1,N} | u_{1,N}) \quad (6)$$

定义似然比(Likelihood Ratio, LR)为

$$L_{N,i}(y_{1,N}, \hat{u}_{1,i-1}) \triangleq \frac{W_{N,i}(y_{1,N}, u_{1,i-1} | 0)}{W_{N,i}(y_{1,N}, u_{1,i-1} | 1)} \quad (7)$$

根据似然比判决译码:

$$\hat{u}_i \triangleq \begin{cases} 1, & L_{N,i}(y_{1,N}, \hat{u}_{1,i-1}) \leq 1 \\ 0, & L_{N,i}(y_{1,N}, \hat{u}_{1,i-1}) \geq 1 \end{cases} \quad (8)$$

各极化子信道的似然值可以按下面两式递归得出:

$$L_{N,2i}(y_{1,N}, \hat{u}_{1,2i-1}) = [L_{N/2,i}(y_{1,N/2}, \hat{u}_{1,0,2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e,2i-2})]^{1-2\hat{u}_{1,2i-1}} \times LL_{N/2,i}(y_{N,N/2+1}, \hat{u}_{1,e,2i-2}) \quad (9)$$

$$L_{N,2i-1}(y_{1,N}, \hat{u}_{1,2i-2}) = \frac{L_{N/2,i}(y_{1,N/2}, \hat{u}_{1,0,2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e,2i-2}) L_{N/2,i}(y_{N,N/2+1}, \hat{u}_{1,e,2i-2}) + 1}{L_{N/2,i}(y_{1,N/2}, \hat{u}_{1,0,2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e,2i-2}) + L_{N/2,i}(y_{N,N/2+1}, \hat{u}_{1,e,2i-2})} \quad (10)$$

由式(9)和(10)可知, N 个极化子信道的 LR 的计算, 可由两个 $N/2$ 计算长度的 LR 依次递归至计算长度为 1, LR 初始值为

$$L_{1,1}(y_1) = \frac{W(y_1 | 0)}{W(y_1 | 1)} \quad (11)$$

1.2 水声信道

一般地, 水声信道为多途时变信道, 发送信号 $x(t)$ 经过该扩散信道, 接收信号为

$$y(t) = \int h(t, \tau) x(t - \tau) d\tau + W(t) = \iint H(v, \tau) \cdot x(t - \tau) e^{j2\pi v \tau} dv d\tau + W(t) \quad (12)$$

其中, $h(t, \tau)$ 是时变信道的冲激响应函数, $H(v, \tau)$ 是 $h(t, \tau)$ 关于 t 的傅里叶变换, $W(t)$ 是零均值加性高斯白噪声。对其时域采样, 假设在一个数据帧长度范围 N 内, L 个多途结构相对稳定, 接收信号的离散时域模型为

$$y(k) = \sum_{l=0}^{N-1} h(k, l) x(k-l) + w(k) \quad (13)$$

由于严重的多途造成的码间干扰(Inter-symbol Interference, ISI)使得信道衰落系数矩阵为非对角阵, 通过在 OFDM 符号中添加循环前缀(Cyclic Prefix, CP), 使得水声信道的衰落系数矩阵成为循环 Toeplitz 矩阵^[10]。通过快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)运算, 由时域变换到频域, 可得:

$$Y = HX + W \quad (14)$$

此时 H 为对角矩阵, 对角线元素 H_i 为

$$H_i = \sum_{l=0}^{L-1} h_l e^{-j(2\pi l i / N)}, 0 \leq i \leq N-1 \quad (15)$$

若系统采用 BPSK 调制, 水声信道的转移概率(Channel Transition Probability, CTP)为

$$P_r(x_i = 1 | y_i, h_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y_i - H_i)^2}{2\sigma^2}} \quad (16)$$

$$P_r(x_i = -1 | y_i, h_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y_i + H_i)^2}{2\sigma^2}} \quad (17)$$

对数似然比(Log-Likelihood Ratio, LLR)的计算公式为

$$R_{LL}(x_i | y_i, h_i) = \ln \frac{P_r(x_i = 1 | y_i, h_i)}{P_r(x_i = -1 | y_i, h_i)} = \frac{-\frac{E_b(Y_i - H_i)^2}{2\sigma^2} + \frac{E_b(Y_i + H_i)^2}{2\sigma^2}}{E_b(Y_i^* H_i + Y_i H_i^*)} \xrightarrow{E_b=1} \frac{Y_i^* H_i + Y_i H_i^*}{\sigma^2} \quad (18)$$

在实际系统中, 该假设可在接收端估计测得信道边信息(Channel Side Information, CSI)即信道增益 H 、噪声方差 σ^2 后, 利用反馈链路告知发送端, 本文利用信道估计和无信号传输时噪声功率的测量分别获得信道增益和噪声方差值。

2 水声信道的极化码信道编码机制

2.1 极化水声信道的可靠性估计

2.1.1 蒙特卡洛逼近法

Arikan 提出的蒙特卡洛法^[4]基于统计特性对极化信道进行可靠性估计, 被证明可应用于多种类型信道^[9], 但此方法因式(19)符号集的指数型爆炸式

增长变得不实用, 且精确度不够高。

$$Z(W_{N,i}) = \sum_{u_{1,N}, y_{1,N}} \frac{1}{2^N} W_{N,i}(y_{1,N} | u_{1,N}) \sqrt{\frac{W_{N,i}(y_{1,N}, u_{1,i-1} | u_i \oplus 1)}{W_{N,i}(y_{1,N}, u_{1,i-1} | u_i)}} \quad (19)$$

本文在其基础上进行 3 点优化和改造:

(1) 计算 R 以代替 $Z(W_{N,i})$:

$$R = \sqrt{\frac{W_{N,i}(y_{1,N}, u_{1,i-1} | u_i \oplus 1)}{W_{N,i}(y_{1,N}, u_{1,i-1} | u_i)}} \quad (20)$$

可对 R 进行大量仿真得其期望值 $Z(W_{N,i})$ 。本优化可将蒙特卡洛法的计算复杂度降至 $O(MN \log_2 N)$, 其中 M 为蒙特卡洛模拟次数。

(2) 在发射端, 将所有子信道都看成不理想的信道, 放置收发双方已知的固定冻结比特, 本文设为 0, 构成原始信息比特序列 $u_{1,N}$ 。这种优化方法一方面避免了每次模拟重复编码, 另一方面简化了 SC 译码时的似然判决部分, 两方面都进一步降低了蒙特卡洛法的计算复杂度。

(3) 似然比的计算改为在对数域进行, 同时结合水声信道特征参数信道增益 H 、噪声方差 σ^2 , 按式(18)改进译码时初始对数似然比的计算。这种优化方法进一步降低了计算复杂度, 并使其适合水声信道, 提高估计准确性。

优化方法的流程图如图 2 所示。

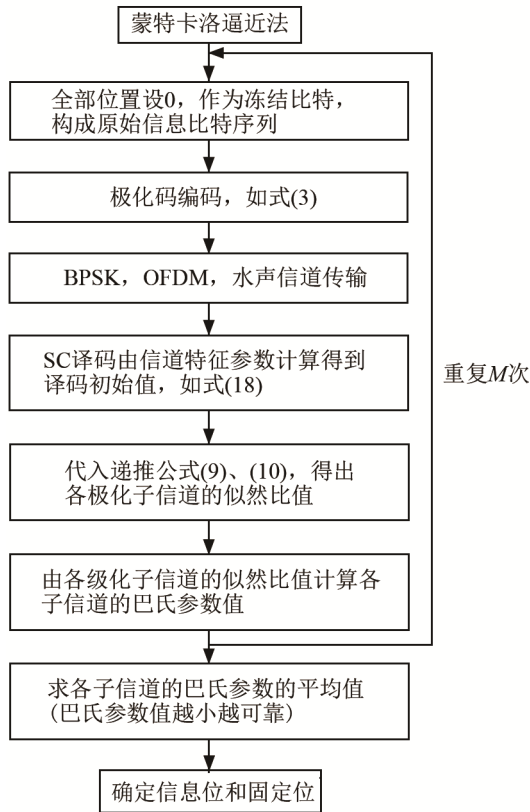


图 2 蒙特卡洛逼近法构造极化码流程图
Fig.2 Flowchart of the Monte Carlo estimation method for Polar code construction

2.1.2 巴氏参数界法

最早提出的经典巴氏参数法^[4], 因其低复杂度 $O(N \log_2 N)$ 被广泛应用^[9]。但该方法中的巴氏参数初始值 $Z_1(W)$ 是针对 BDMC 中最差误码率而被提出的 0.5, 且递推公式中的式(22)上界仅在 BEC 中可达。

$$Z(W_{2N,2i}) = Z(W_{N,i})^2 \quad (21)$$

$$Z(W_{2N,2i-1}) \leq 2Z(W_{N,i}) - Z(W_{N,i})^2 \quad (22)$$

本文在其基础上进行两点优化和改造, 提高估计准确性:

(1) 根据水声信道特征参数优化巴氏参数初始值 $Z_1(W)$ 。结合信道增益和噪声方差 σ^2 , 将式(16)和(17)代入式(2)即可得 $Z_1(W)$ 。

(2) 依据文献[8]中三种类型递归公式在瑞利衰落信道内的性能研究结果, 选用式(23)代替式(22)作为水声信道内的巴氏参数递推计算公式:

$$Z(W_{2N,2i-1}) = 2Z(W_{N,i}) - Z(W_{N,i})^2 \quad (23)$$

经优化, 该方法的具体步骤如图 3 所示。

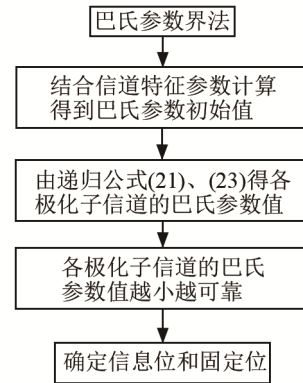


图 3 用巴氏参数上界法构造极化码流程图
Fig.3 Flowchart of the Bhattacharyya parameter bounds method for Polar code construction

2.2 水声信道的极化码译码

为研究极化码在水声信道中的译码方法, 本文对 SC、CA-SCL、BP、SCAN 4 种译码算法进行性能测试和对比。

首先, 结合水声信道的特征参数, 按式(18)计算译码时初始对数似然比。

其次, 本文采用 BP 译码法时迭代次数设为 50, SCAN 算法迭代 1 次。这是由于 BP 法的消息传递采用“洪水”规则, SCAN 采用类 SC 算法的串行消除规则, 因此 BP 算法的译码延时低于 SCAN 算法, 但是 SCAN 算法的收敛速度明显好于 BP 算法。一般而言, BP 算法需要 40~50 次的迭代过程^[16], 而 SCAN 算法 1 次迭代就能达到稍低于 SC 算法的性能^[17]。

3 信道仿真与性能测试

3.1 OFDM 水声通信系统描述及参数设置

搭建 OFDM 水声通信仿真系统,研究第 2 节的极化码信道编码机制在水声通信中的性能表现。系统原理框图如图 4 所示,参数设置如表 1 所示。

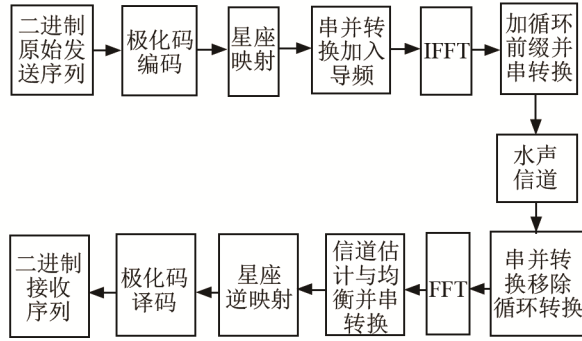


图 4 OFDM 水声通信系统基本原理框图

Fig.4 Block diagram of the OFDM underwater acoustic communication system

表 1 OFDM 水声通信系统参数
Table 1 Simulation parameters of the OFDM underwater acoustic communication system

带宽 B/kHz	子载波数	载波间隔 F/Hz	符号长度 T/ms	信道估计与均衡
8	343	23.437 5	42.7	LS/MMSE
载频/ kHz	采样率/ kHz	导频间隔	循环前缀/ ms	调制方式
12	48	4	10.7	BPSK

本文仿真信道环境为水声时变信道^[21],采用无线时变信道中的 Delay-Jake 谱信道模型。设水声信道的多途结构包含 Q 条路径,各径 q 和多普勒频移 f_q 互相独立。瞬时信道响应函数为

$$h(t, \tau) = \sum_{q=1}^Q A_q e^{j2\pi f_q t} \delta(\tau - \tau_q) \quad (24)$$

时延 τ_q 分布满足时延功率谱,多普勒频移 f_q 概率密度函数满足经典的“Jake”谱:

$$p_\tau(\tau) = \frac{1}{\tau_{\text{rms}}(1 - e^{-\frac{|\tau|}{\tau_{\text{rms}}}})} e^{-\frac{|\tau|}{\tau_{\text{rms}}}}, 0 \leq \tau \leq \tau_{\text{max}} \quad (25)$$

$$p_f(f) = \frac{1}{\pi f_{\text{max}} \sqrt{1 - (f/f_{\text{max}})^2}}, |f| < f_{\text{max}} \quad (26)$$

其中:最大多途时延 $\tau_{\text{max}} \leq T/4$,循环前缀足够长。最大多普勒频移 $f_{\text{max}} = 10^{-3} F$, $\tau_{\text{rms}} = \tau_{\text{max}}/4$,为最大多途时延的均方根。本文 $Q=6$,OFDM 符号间信道各径时延 τ_q 和多普勒频移 f_q 时变,三个 OFDM 符号的信道参数设置,如表 2 所示。

表 2 水声时变信道参数
Table 2 Simulation parameters of the UWA time-varying channel

声线序号	相对幅度	相对时延			频移		
		符号 1	符号 2	符号 3	符号 1	符号 2	符号 3
1	1	1	1	1	-0.085	-0.047	-0.062 0
2	0.42	47	41	31	-0.002	-0.005	0.081 0
3	0.28	62	84	105	-0.084	-0.011	0.002 9
4	0.14	124	121	172	0.031	0.043	0.018 0
5	0.07	249	181	186	0.021	-0.055	0.043 9
6	0.02	390	390	291	-0.026	-0.071	-0.084 2

3.2 极化水声信道的可靠性估计

3.2.1 蒙特卡洛逼近法

在码长 $N=256$ 、码率 $R=0.5$ 时,蒙特卡洛逼近法的误码率(Bit Error Rate, BER)随模拟重复次数的变化情况,如图 5 所示。

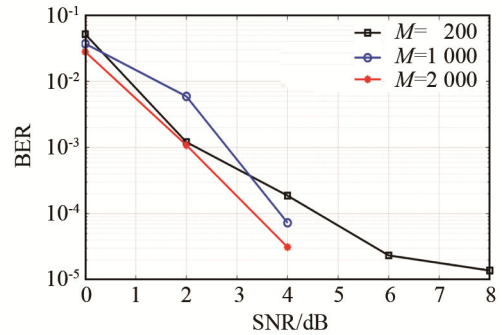


图 5 水声时变信道中不同重复次数的蒙特卡洛逼近法误码率性能随信噪比的变化

Fig.5 BERs of the Monte-Carlo estimation method with different repeat number in the UWA time-varying channel

由图 5 可知,蒙特卡洛逼近法在降低计算复杂度的基础上,使得极化码的误码率在信噪比为 4dB 时可达 $10^{-4} \sim 10^{-5}$,满足水声通信的误码性能指标和纠错需求。且随着蒙特卡洛重复次数由 200 增加到 2000,性能越好,约有 0.5~1 dB 的性能增益,因此在实际使用该方法时,重复次数 M 不需设置太大,避免过高的计算复杂度。

3.2.2 巴氏参数界法

在码长 $N=256$,码率 $R=0.5$ 时,优化之后的巴氏参数初始值 $Z_1(W)$ 与原作者提出的 0.5^[3]相比,性能增益约为 4 dB,提高了估计准确性,误码率在 10 dB 时达 10^{-3} 。

3.2.3 蒙特卡洛逼近法和巴氏参数界法的性能对比

极化码码长 $N=256$,码率 $R=0.5$ 时,蒙特卡洛逼近法重复次数 $M=2000$,两者性能对比,结果如图 7 所示,蒙特卡洛逼近法性能较巴氏参数上界法更好,性能增益约 8 dB。在后续性能分析的过程中,采用蒙特卡洛逼近法作为极化码码字构造方法。

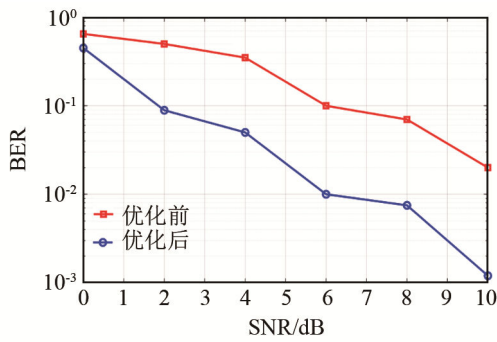


图6 水声时变信道中巴氏参数上界法初始值优化前后误码率性能对比

Fig.6 BER comparison before and after initial value optimization with Bhattacharyya parameter bounds method in UWA time-varying channel

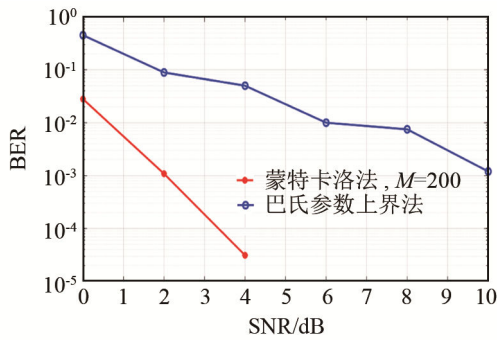


图7 水声时变信道中蒙特卡洛夫和巴氏参数上界法误码率比较

Fig.7 BER comparison of Monte Carlo estimation method and Bhattacharyya parameter bounds method in UWA time-varying channel

3.3 极化水声信道的译码方法

极化码码长 $N=256$, 码率 $R=0.5$ 时, 在水声信道中, 对 SC, CA-SCL, BP, SCAN 4 种译码算法进行性能测试和对比。其中, BP 译码法迭代次数为 50, SCAN 算法迭代次数为 1, SCL 译码方法搜索路径数分别设为 8 (记为 SCL8) 和 16 (记为 SCL16), 循环冗余校验(Cyclic Redundancy Check, CRC)的码字长度为 4, 测试结果如图 8 所示。

由图 8 可知, 在水声时变信道中, CA-SCL 译

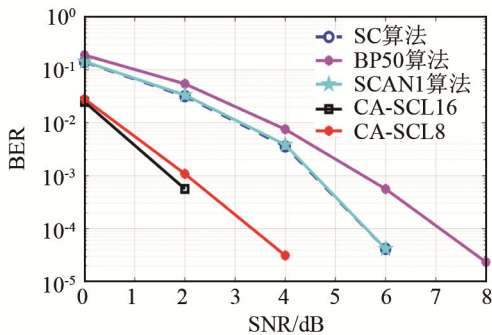


图8 水声时变信道中 $N=256$, $R=0.5$ 时, 极化码译码方法误码率对比

Fig.8 BER comparison of different polar code decoding methods in UWA time-varying channel when $N=256$, $R=0.5$

码法性能远好于其他三种算法, 约有 2~4 dB 的性能增益, SC 和 SCAN 算法性能相近, BP 算法性能较差。同时, CA-SCL 译码法的搜索路径数量越大, 译码性能越好。

因此, 在后续的性能分析过程中, 极化码译码方法采用 CA-SCL 译码法, 搜索路径数设为 8, CRC 校验的码字长度为 4。

4 基于 OFDM 水声通信的极化码信道编码性能测试

4.1 Polar 码在不同水声信道中的性能分析

将第 3 节中极化码信道编码机制, 即蒙特卡洛逼近法和 CA-SCL 译码法, 运用至 OFDM 水声通信仿真系统。测试极化码在水声时不变信道、时变信道和快时变信道模型的性能, 并与目前应用成熟且性能优越的 LDPC 码、Turbo 码进行对比。

4.1.1 水声信道模型

(1) 时不变水声信道

本文建立水声时不变信道模型^[22], 时不变水声信道的冲激响应可表示为

$$h(\tau) = \sum_{q=0}^{Q-1} A_q \delta(\tau - \tau_q) \quad (27)$$

Q 条路径具有独立的幅值 A_q 和时延 τ_q , 两者为常量参数, 不随时间发生变化, 水声时不变信道参数如表 3 所示。

表3 水声时不变信道参数
Table 3 Simulation parameters of the UWA time-invariant channel

声线序号	相对幅度	归一化幅度	相对时延/ms	符号周期
1	1	0.780 0	0	0
2	0.705 8	0.548 0	2.5	1
3	0.350 8	0.272 4	10.0	4
4	0.173 5	0.134 7	22.4	9
5	0.085 4	0.066 3	39.6	16

(2) 快时变水声信道

本文借鉴[23]的快时变信道模型和信道估计与均衡方法, 通过直接构造随机离散采样快时变信道传递函数和 OFDM 传输矩阵, 表征系统处于高速移动时, 多普勒频移扩展令多个子载波不再正交, 产生载波间干扰(Inter-Carrier Interference, ICI)的状态。相较于第 3 节的时变信道, 该信道的传递函数在一个 OFDM 符号内是变化的, 设一个 OFDM 符号内的第 l 个子载波位置、第 m 个时间采样点的信道传递函数为

$$H[l, m] = \frac{1}{\sqrt{Q}} \sum_{q=1}^Q e^{j(\theta_q + 2\pi \frac{f_q}{\Delta f} \frac{m}{N} - 2\pi \frac{\tau_q}{T} l)} \quad (28)$$

式中：多途数量 $Q=3$ ，多普勒频移 f_q 满足 Jake 多普勒谱密度分布，随机相位 θ_q 在 $0 \sim 2\pi$ 间均匀分布，随机归一化时延 τ_i/T 在 $0 \sim \tau_{\max}/T$ 间均匀分布。

4.1.2 不同水声信道模型下的 Polar 信道编码

设定极化码 $N=256$, $R=0.5$, 针对不同水声信道模型，进行极化码的性能测试，结果如图 9 所示。

由图 9 可知，水声信道环境的复杂性，以及现有水声信道估计与均衡等技术的局限性，对极化码的性能有一定影响。在时不变信道中，极化码的误码率性能最优，时变信道次之，快时变信道最差。极化码在时不变信道、时变信道中的误码率可达 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ ，性能差异约为 $1 \sim 1.5$ dB。快时变信道中误码率为 10^{-3} 量级，极化码在时变信道比快时变信道中的性能增益约为 6 dB，时不变信道比快时变信道中的性能增益约为 8 dB。

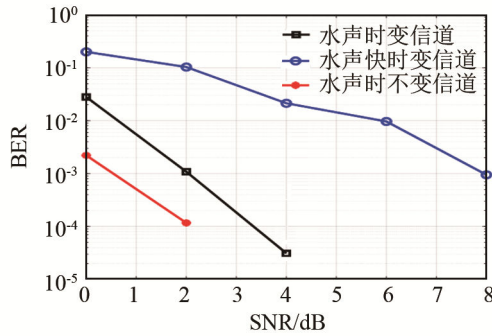


图 9 不同水声信道模型下 Polar 信道编码的误码率比较

Fig.9 BER comparison of Polar codes in UWA time-invariant, time-varying and fast time-varying channels

4.1.3 Polar 码与 LDPC 码、Turbo 码在不同水声信道模型下的性能对比

本文在水声时不变信道模型、时变信道模型以及快时变信道中，将极化码与 Turbo 码、LDPC 码进行性能测试对比。仿真时，借鉴文献[22]构造 LDPC 码，采用随机构造的校验矩阵，LLR-BP 译码算法，迭代次数为 25；借鉴文献[1]构造 Turbo 码，仿真时两分量编码器的生成矩阵均为 $(37, 21)$ ，迭代次数为 5。

设定极化码、LDPC 码、Turbo 码的码长、码率均分别为 $N=256$ 、 $R=0.5$ ，结果如图 10、图 11、图 12 所示。

由图 10 可知，从总体看，在三种水声信道模型下，Polar 码的误码率性能均优于 LDPC 和 Turbo 码，三种码的误码性能均随信噪比的增长而逐渐优化。同时在时不变信道中，三种码的误码率性能最优，时变信道次之，快时变信道最差，其中，LDPC

码和 Turbo 码的性能与文献[1]中表现一致。在时不变信道和时变信道中，Polar 码的性能最优，LDPC 码次之，Turbo 码较差，误码率均可达 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ ，Polar 码优于 LDPC 码 0.5 dB 左右，优于 Turbo 码 1 dB 左右。在快时变信道中，Polar 码的性能最优，Turbo 码次之，LDPC 码较差，误码率可达 10^{-3} ，Polar 码较 Turbo 码有 2 dB 左右的性能增益，较 LDPC 码有 6 dB 左右的性能增益。

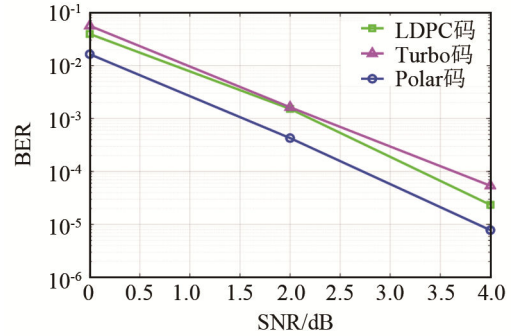


图 10 Polar 码、LDPC 码、Turbo 码在水声时不变信道中的误码率比较

Fig.10 BER comparison of Polar code, LDPC code and Turbo code in UWA time-invariant channel

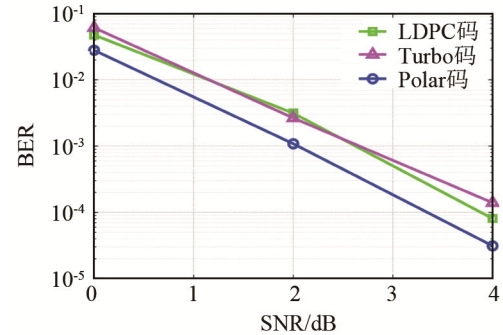


图 11 Polar 码、LDPC 码、Turbo 码在水声时变信道中的性能

Fig.11 BER comparison of Polar code, LDPC code and Turbo code in UWA time-varying channel

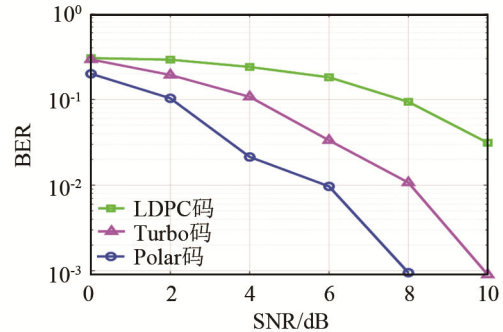


图 12 Polar 码、LDPC 码、Turbo 码在水声快时变信道中性能

Fig.12 BER comparison of Polar code, LDPC code and Turbo code in UWA fast time-varying channel

4.2 极化码性能随极化码参数变化的仿真分析

进一步研究码长 N ，码率 R 等极化码参数对极化码性能的影响，仿真环境为水声时变信道。

4.2.1 Polar 码性能随码长 N 的变化

极化码码长分别设为 $N=128$ 、256、512，码率为 $R=0.5$ ，仿真结果如图 13 所示。

由图 13 可知，极化码性能随码长 N 由 128 增大至 512 而变优，约有 0.5~4 dB 的性能增益，符合信道极化现象和定理。

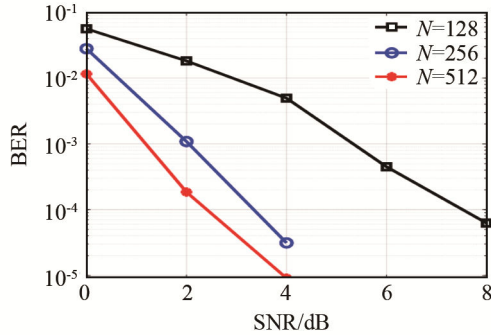


图 13 水声时变信道中不同码长 N 时的极化码性能
Fig.13 BERs of Polar code with different code length N in UWA time-varying channel

4.2.2 Polar 码性能随码率 R 的变化

极化码码率分别设为 $R=0.2$ 、0.5、0.8，码长 $N=256$ ，结果如图 14 所示。

由图 14 可知，极化码性能随码率 R 由 0.8 减小至 0.2 而变优，约有 0.3~5 dB 的性能增益。码率越低，冗余越多，在译码端辅助译码的冻结比特越多，性能越好。

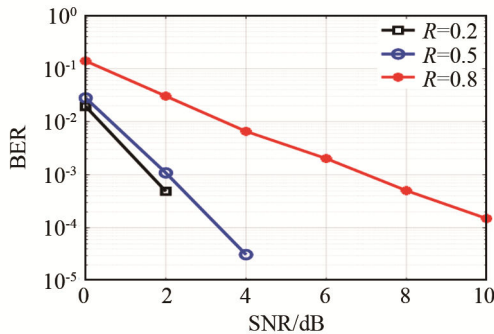


图 14 水声时变信道中不同码率 R 时的极化码性能
Fig.14 BERs of Polar code with different code rate R in UWA time-varying channel

4.3 极化码性能随信道参数的变化

在 OFDM 水声通信系统中，仿真环境为水声时变信道，观察信道变化的参数(多途数量 Q 、最大多途时延 $\tau_{\max}$ 以及最大多普勒频移 $f_{\max}$)对极化码性能特性的影响。设极化码的码长 $N=256$ ，码率 $R=0.5$ 。

4.3.1 Polar 码随信道多途数量的变化

研究信道多途数量变化对极化码性能的影响，设最大多普勒频移 $f_{\max}=10^{-3}F$ ，最大多途时延 $\tau_{\max}=T/4$ ，多途的数量分别取 2、4、6、8、10，在

OFDM 水声通信系统中测试 Polar 码的性能。结果如图 15 所示。

由图 15 中结果可知，随着多途数量的增加，极化码的性能逐渐下降 4~5 dB。当多途数量小于 8 时，误码率均可达 10^{-4} ~ 10^{-5} ，多途数量为 10 时，误码率可达 10^{-3} ~ 10^{-4} ，可满足水声通信的误码指标要求。

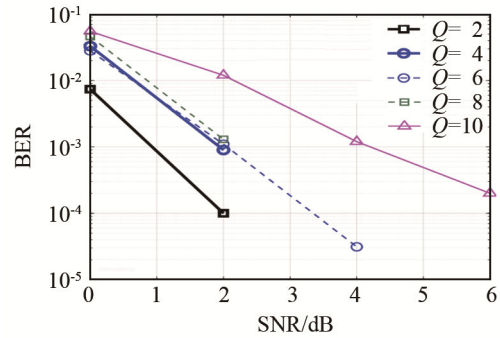


图 15 水声时变信道中不同多途数量 Q 时的极化码性能
Fig.15 BERs of Polar code with different number of multipaths Q in UWA time-varying channel

4.3.2 Polar 码随信道最大多途时延的变化

研究信道最大多途时延 $\tau_{\max}$ 变化对极化码性能的影响，设水声信道多途的数量 $Q=6$ ，最大多普勒频移设为 $f_{\max}=10^{-3}F$ ，最大多途时延 $\tau_{\max}$ 以及归一化时延 $\tau_{\max}/T$ 如表 4 所示。通信过程中，要保证循环前缀长度足够长，循环前缀长度应大于等于最大多途时延 $\tau_{\max}$ 。测试结果如图 16 所示。

由图 16 中结果可知，最大多途时延取值范围为 $(T/8) \sim 10T$ ，随着最大多途时延增加，极化码的性能逐渐下降 2~3 dB，误码率均可达 10^{-3} ~ 10^{-4} ，可以满足水声通信的误码率指标要求。

表 4 水声时变信道最大多途时延参数
Table 4 Maximum multipath delay parameters in the UWA time-varying channel

$\tau_{\max}/s$	$\tau_{\max}/T$	$\tau_{\max}/s$	$\tau_{\max}/T$
0.005 3	0.125 0	0.040 9	0.957 8
0.170 8	4.000 0	0.427 0	10.000 0

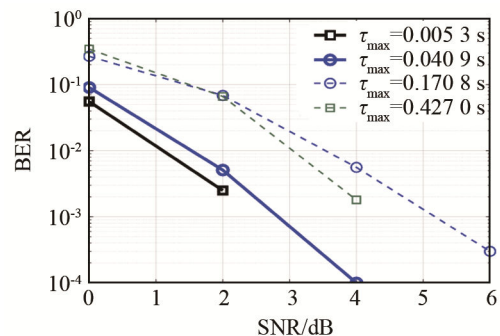


图 16 水声时变信道中不同最大多途时延 τ 的极化码性能
Fig.16 BERs of Polar code with different maximum multipath delay τ in UWA time-varying channel

4.3.3 极化码性能随信道最大多普勒频移的变化

为研究信道最大多普勒频移变化对极化码性能的影响, 设水声信道多途数量 $Q=6$, 最大多途时延 $\tau_{\max}=T/4$ 。最大多普勒频移 ($f_{\max}$) 的选取以及归一化最大多普勒频移 ($f_{\max}/F$) 如表 5 所示, 测试结果如图 17 所示。

设定 SNR 为 4 dB, 观察 BER 随信道最大多普勒频移的变化情况, 研究极化码容错性, 结果如图 18 所示。

表 5 水声时变信道最大多普勒频移参数
Table 5 Maximum Doppler frequency shift parameters in the UWA time-varying channel

$f_{\max}/\text{Hz}$	$f_{\max}/F$	$f_{\max}/\text{Hz}$	$f_{\max}/F$
0.001	4.2×10^{-5}	0.200 0	0.008 5
0.067	2.9×10^{-3}	0.237 5	0.010 0
0.150	6.4×10^{-3}	0.250 0	0.010 7

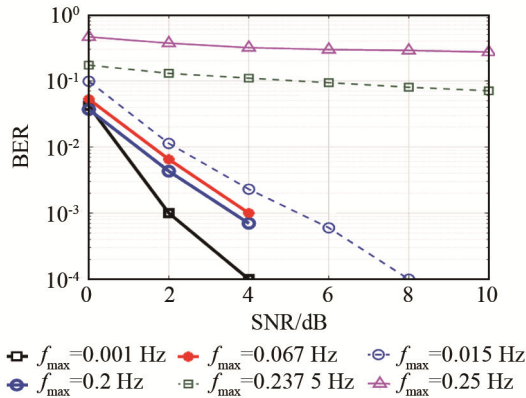


图 17 水声时变信道中不同 $f_{\max}$ 时的极化码性能
Fig.17 BERs of Polar code with different maximum Doppler frequency shifts in UWA time-varying channel

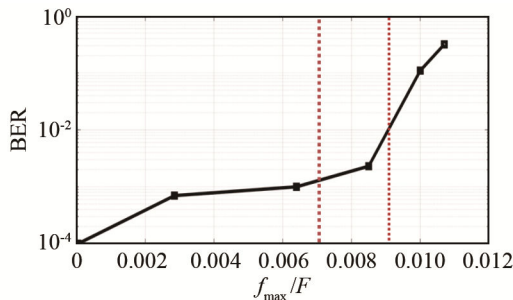


图 18 水声时变信道中不同归一化多普勒频移时的极化码性能
Fig.18 BERs of Polar code with different channel normalized Doppler frequency shifts in UWA time-varying channel when SNR is 4 dB

由图 18 可知, 当归一化多普勒频移 ($f_{\max}/F$) < 0.01 , 极化码的误码率可达 $10^{-3} \sim 10^{-4}$, 可满足水声通信的误码率指标要求, 且随着最大多普勒频移的增加, 极化码的性能下降约 4 dB。归一化多普勒频移 ($f_{\max}/F$) ≥ 0.01 , 极化码无法发挥其作用。SNR=4 dB, 归一化多普勒频偏 $\geq 9 \times 10^{-3}$ 时, 误码率

大于 10^{-2} , 极化码失效, 在实际应用中, 应保证 ($f_{\max}/F$) $\leq 7 \times 10^{-3}$ 。

5 结 论

本文在现有的极化码理论原理和应用研究的基础上, 结合水声信道特征和水声通信技术, 对蒙特卡洛逼近法和巴氏参数界法进行优化和仿真性能测试; 对 SC, CA-SCL, BP, SCAN 4 种译码算法进行性能测试和对比; 并选用性能较为优越的蒙特卡洛逼近法和 CA-SCL 法, 建立了与水声信道相匹配的极化码信道编码机制; 结合 OFDM 技术搭建水声通信系统, 对提出的极化码信道编码机制在 OFDM 水声通信中的性能表现进行理论研究和仿真验证; 同时针对不同水声信道模型、信道参数以及不同极化码参数, 研究极化码在水声通信中的性能变化。由本文的结果可知, 极化码信道编码机制可满足水声通信的误码率指标要求, 能有效提高水声通信的可靠性, 且性能优于 LDPC 码和 Turbo 码。

参 考 文 献

- [1] 徐小卡. 基于 OFDM 的浅海高速水声通信关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2009.
XU Xiaoka. The study of the key technologies for high-speed shallow water acoustic communication based on OFDM[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2009.
- [2] FREITAG L, GRUND M, SINGH S, et al. Acoustic communication in very shallow water: results from the 1999 AUV Fest[C]//OCEANS 2000 MTS/IEEE Conference and Exhibition. Conference Proceedings (Cat. No.00CH37158). Providence, RI, USA. IEEE, 2000: 2155-2160.
- [3] 王海斌, 汪俊, 台玉朋, 等. 水声通信技术研究进展与技术水平现状[J]. 信号处理, 2019, 35(9): 1441-1449.
WANG Haibin, WANG Jun, TAI Yupeng, et al. Development and the state of the art in underwater acoustic communication[J]. Journal of Signal Processing, 2019, 35(9): 1441-1449.
- [4] ARIKAN E. Channel polarization: a method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(7): 3051-3073.
- [5] 3rd Generation Partnership Project (3GPP). Multiplexing and Channel Coding: 3GPP 38.212 V.15.1.0[S]. [2018-07]. https://www.etsi.org/deliver/etsi_ts/138200_138299/138212/15.02.00_60/ts_138212v150200p.pdf.
- [6] MORI R, TANAKA T. Performance of polar codes with the construction using density evolution[J]. IEEE Communications Letters, 2009, 13(7): 519-521.
- [7] TRIFONOV P. Efficient design and decoding of polar codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(11): 3221-3227.
- [8] SHI P, ZHAO S, WANG B. Performance of polar codes on wireless communication channels[C]//Communication Technology (ICCT) 2012 IEEE 14th International Conference on, 1134-1138, 2012.
- [9] VANGALA H, VITERBO E, HONG Y. A Comparative study of

- polar code constructions for the AWGN channel[C]//IEEE Transactions on Information Theory, **61**(5), 2213-2226, Jan. 2015.
- [10] SCHÜRCH C. A partial order for the synthesized channels of a polar code[C]//2016 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). Barcelona, Spain. IEEE, 2016: 220-224.
- [11] HE G N, BELFIORE J C, LAND I, et al. Beta-expansion: a theoretical framework for fast and recursive construction of polar codes[C]//GLOBECOM 2017-2017 IEEE Global Communications Conference. Singapore. IEEE, 2017: 1-6.
- [12] TAL I, VARDY A. List decoding of polar codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, **61**(5): 2213-2226.
- [13] BALATSOUKAS-STIMMING A, PARIZI M B, BURG A. LLR-based successive cancellation list decoding of polar codes[C]//IEEE Transactions on Signal Processing. IEEE: 5165-5179.
- [14] NIU K, CHEN K. CRC-aided decoding of polar codes[J]. IEEE Communications Letters, 2012, **16**(10): 1668-1671.
- [15] ZHANG Q S, LIU A J, PAN X F, et al. CRC code design for list decoding of polar codes[J]. IEEE Communications Letters, 2017, **21**(6): 1229-1232.
- [16] ARIKAN E. A performance comparison of polar codes and Reed-Muller codes[J]. IEEE Communications Letters, 2008, **12**(6): 447-449.
- [17] FAYYAZ U U, BARRY J R. Polar codes for partial response channels[C]//2013 IEEE International Conference on Communications (ICC). Budapest, Hungary. IEEE, 2013: 4337-4341.
- [18] BRAVO-SANTOS A. Polar Codes for the Rayleigh fading channel[J]. IEEE Communications Letters, 2013, **17**(12): 2352-2355.
- [19] QIAO G, XING S Y, ZHOU F. A multi-user detection scheme based on polar code construction in downlink underwater acoustic OFDM communication system[J]. IEEE Access, 2019, **7**: 65973-65981.
- [20] 杜红卿. 基于 Polar 码的 OFDM 水声通信系统的研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2017.
DU Hongqing. Research on OFDM underwater acoustic communication system based on polar codes[D]. Xi'an: Xidian University, 2017.
- [21] 黄远芳, 冯海泓, 李记龙. FBMC/OQAM 水声通信系统的适应性成型脉冲设计[J]. 声学技术, 2019, **38**(1): 32-38.
HUANG Yuanfang, FENG Haihong, LI Jilong. Adaptive pulse shaping design for FBMC/OQAM system in underwater acoustic communication[J]. Technical Acoustics, 2019, **38**(1): 32-38.
- [22] 陈友淦, 许肖梅, 张兰, 等. 浅海水声信道模型差异对纠错码性能分析的影响[J]. 兵工学报, 2013, **34**(11): 1404-1411.
CHEN Yougan, XU Xiaomei, ZHANG Lan, et al. Effects of different shallow water acoustic channel models on error-correction code performance analysis[J]. Acta Armamentarii, 2013, **34**(11): 1404-1411.
- [23] NISSEL R, RUPP M. Doubly-selective MMSE channel estimation and ICI mitigation for OFDM systems[C]//2015 IEEE International Conference on Communications (ICC). London, UK. IEEE, 2015: 4692-4697.