引用格式: 邢传玺, 张东玉, 宋扬, 等. 利用字典学习方法的声速剖面反演研究[J]. 声学技术, 2021, 40(6): 750-756. [XING Chuanxi, ZHANG Dongyu, SONG Yang, et al. Research on inversion of sound speed profile using dictionary learning method[J]. Technical Acoustics, 2021, 40(6): 750-756.] DOI: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2021.06.002

利用字典学习方法的声速剖面反演研究

邢传玺¹,张东玉¹,宋扬^{2,3},吴耀文¹,谢李祥¹ (1. 云南民族大学电气信息工程学院,云南昆明 650500; 2. 哈尔滨工程大学水声技术重点实验室,黑龙江哈尔滨 150001; 3. 哈尔滨工程大学水声工程学院,黑龙江哈尔滨 150001)

摘要:针对经验正交函数(Empirical Orthogonal Function, EOF)建模反演得到的声速剖面(Sound Speed Profile, SSP)估计 值分辨率比较低的问题,文章采用字典学习方法中的 K-奇异值分解(K-Singular Value Decomposition, K-SVD)算法生成 声速剖面的非正交原子,研究了该方法生成的学习字典(Learning Dictionary, LD)对声速剖面的重建性能。首先,采用 K-SVD 算法从获得的数据中训练 SSP 字典,然后利用正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)的稀疏方法给 出训练信号的稀疏向量,最后通过得到的最优学习字典和稀疏向量反演得到 SSP 的估计值。结果表明,K-SVD 算法 比 EOF 算法使用更少的基函数即可很好地描述 SSP 的变化,获得更高的反演精度。

关键词:海洋声学;声速剖面;字典学习

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2021)-06-0750-07

Research on inversion of sound speed profile using dictionary learning method

XING Chuanxi¹, ZHANG Dongyu¹, SONG Yang^{2,3}, WU Yaowen¹, XIE Lixiang¹

School of Electrical and Information Engineering, Yunnan Minzu University, Kunming 650500, Yunnan, China;
 Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, Heilongjiang, China;
 College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, Heilongjiang, China)

Abstract: In view of the problem that the resolution of the estimated value of sound speed profile (SSP) obtained by the empirical orthogonal function (EOF) modeling and inversion is low, the K-singular value decomposition (K-SVD) dictionary learning method is used to generate non-orthogonal atoms of the sound speed profile, and the performance of the learning dictionary (LD) generated by this method in reconstruction of sound speed profile is studied. First, the K-SVD algorithm is used to train the SSP dictionary from the obtained data, then the sparse method of orthogonal matching pursuit (OMP) is used to give the sparse vector of the training signal, and finally the estimated value of SSP is obtained through the obtained optimal learning dictionary and sparse vector inversion. The results show that the K-SVD algorithm uses fewer basis functions than the EOF algorithm to describe the SSP changes well and obtain higher inversion accuracy. **Key words:** marine acoustics; sound velocity profile; dictionary learning

0 引 言

目前,关于水声学研究的热点主要集中在水下 定位、目标探测以及声呐系统性能的研究^[1]。声速 作为最为基础的水声环境参数,是了解和研究水声 信道结构和水声传播的重要前提。采用直接测量的 方法测量水声环境中的声速,需要耗费大量的物力 人力,采用反演的方法能节省资源^[1]。对于匹配场 处理,海洋声速剖面的估计需要使用有限的声学数 据对声场进行反演^[2]。这样的反问题是一个非线性 且不确定性很高的问题^[3]。经验正交函数(Empirical Orthogonal Function, EOF)方法也称特征向量分析 方法,被普遍应用在声速剖面的表示上,按照声速 剖面样本矩阵得到经验正交函数,并取前 n 阶表示 声速扰动,换言之,使用 n 个正交基表示海区的声 速扰动^[4]。为了在调整参数搜索大小的同时确保物 理上可行的解决方案,至少需要将声速剖面(Sound Speed Profile, SSP)建模为前三阶 EOF 的总和来对 SSP 反演进行正则化^[2]。但是,这种正则化方法对 前几阶 EOF 系数具有最小能量约束,得到的 SSP 估计值通常分辨率比较低。

已经有学者将 K-奇异值分解(K-Singular Value Decomposition, K-SVD)字典学习应用于水声领域,

收稿日期: 2020-09-24; 修回日期: 2020-11-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61761048)。

作者简介:邢传玺(1982一), 男,黑龙江省加格达奇市人,博士,副教授,研究方向为水声信号处理。

通信作者: 张东玉, E-mail: Zhangdongyu_ynbs@163.com

用于在声传播实验中对声速剖面进行表示^[5]。 K-SVD 算法是一种流行的字典学习方法,它通过找 到向量的字典,以最佳方式对训练集中的数据进行 分区,使用少数字典向量描述每个原始信号。 K-SVD 字典学习方法主要有两个阶段^[5]:构建字典 阶段以及利用构建的字典对样本进行稀疏表示阶 段。这两个阶段的任何一个阶段都有许多不同算法 可供选择。相对于使用主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)得出的 EOF, K-SVD 算法得 到的学习字典(Learning Dictionary, LD)并不限于正 交。因此 LD 能提供更好的信号压缩,由于矢量是 平均的,因此更接近原始信号。

结合以上分析,本文讨论了利用 K-SVD 算法 在声速剖面反演中的应用和稀疏表示方法,使用 K-SVD 算法生成了描述测量的声速剖面观测值的 一维海洋 SSP 数据的 LD,对 K-SVD 字典学习算 法进行了说明,并根据 K-SVD 方法评估了重建性 能。给出了 LD 和 EOF 的 SSP 重建结果。结果表 明,与在相同数据上训练的前几阶 EOF 相比,所得 LD 中的每个字典原子都说明了更多的 SSP 变化, 有更小的重构误差,反演精度更高。

1 基本原理

1.1 射线理论

利用水声传播实验的结果对海洋环境中的声速进行建模反演,传播模型的计算精度决定了反演结果的精度,因此选择合适的传播模型进行建模十分重要¹⁶¹。在海洋环境中,从水听器的垂直线阵列 (Vertical Line Array, VLA)观察到的声压使用射线理论进行正向建模。声线模型的解是波动方程的近似解。

在直角坐标系下,射线模型中 *s* 处的声压可表示为^[7]

$$p(s) = e^{i\omega t(s)} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{A_j(s)}{(i\omega)^j}$$
(1)

式中, *t* 为特征声线的传播时间, *A_j*(*s*) 为幅度, *ω* 为角频率。将式(1)代入亥姆霍兹方程得到^[7]:

$$\nabla^2 p + \frac{\omega^2}{c^2(s)} p = -\delta(s - s_0) \tag{2}$$

使 *ω* 的同次项相等得到声源 *s*₀ 到接收点 *s*₁ 的 传播时间^[7]:

$$t_{(s_0 \to s_1)} = \int_{s_0}^{s_1} \frac{1}{c(s)} \mathrm{d}s$$
 (3)

式中: c(s)为积分路径上 s 点处的声速。声传播时间是声速剖面扰动的 1 阶小量,因此,实际声速 c(s)可表示为背景声速项 $\overline{c}(s)$ 与声速扰动项 $\Delta c(s)$ 之和的形式^[7]:

$$c(s) = \overline{c}(s) + \Delta c(s) \tag{4}$$

当 $\Delta c(s)$ 远远小于 $\overline{c}(s)$ 时,忽略高阶小量,可 近似得到本征声线的传播时间^[7]:

$$t = \int_{s_0}^{s_1} \frac{1}{\overline{c}(s) + \Delta c(s)} ds \approx \int_{s_0}^{s_1} \frac{1}{\overline{c}(s)} ds - \int_{s_0}^{s_1} \frac{\Delta c(s)}{\overline{c}^2(s)} ds = \frac{1}{\overline{t} - \Delta t}$$
(5)

式中: $\int_{s_0}^{s_1} \frac{1}{\overline{c(s)}} ds$ 为背景声速条件下的特征声线传播

时间 \overline{t} ; $\int_{s_0}^{s_1} \frac{\Delta c(s)}{\overline{c}^2(s)} ds$ 为传播时间扰动项 Δt 。

1.2 K-SVD 算法

字典学习中的 K-SVD 算法是一种基于聚类的 学习方法。K-SVD 中每个信号是用多个原子的线性 组合来表示的^[8]。K-SVD 算法需要经过 k 次迭代, 且每一次迭代都要使用奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)^[9]。K-SVD 算法在更新字典的 过程中,一次只更新一个原子并得到对应的稀疏编 码系数,在更新字典原子时,除更新的原子之外, 其他原子不变。根据迭代的停止条件或误差要求, 最后得到最优字典。在 N 个时间点对声速剖面进 行采样,每个声速剖面在深度上具有 M 个值,获得 声速剖面训练信号的集合,可表示为 $C = [c_1 \ c_2 \cdots \ c_N] \in \mathbb{R}^{M \times N \ [5]}$,从获得的数据中训练 SSP 字典。另外,字典为**D**,其大小为 $M \times K$,由K个 原子构成,每个原子均为M维度。样本矩阵C在 字典 D 下的稀疏矩阵表示为 A, 即C=DA, $A=[a_1 a_2 \cdots a_N] \in \mathbb{R}^{K \times N}$ 为 C 的解向量集合。其中 **||A**_n||₀ 要尽可能地小,也即**A**_n 尽可能地稀疏。建立 K-SVD 字典学习算法的目标方程,可表示为^[10]

$$\boldsymbol{A}_{m} = \arg\min_{\boldsymbol{P}} \|\boldsymbol{C} - \boldsymbol{D}\boldsymbol{A}\|_{F}^{2} \quad st \; \forall n, \|\boldsymbol{a}_{n}\|_{0} \leq T_{0}$$
(6)

其中, T₀为稀疏系数,也称其为稀疏度^[10]。

K-SVD 算法根据系数矩阵 A 进行字典逐列更新,并同时更新系数矩阵相应行上的非 0 项,假设更新字典的第 k 个原子是 $g_{\gamma k}$,记 a_T^k 为系数矩阵 A的第 k 列向量, E_k 为误差矩阵,对式(6)有^[10]:

$$\|\boldsymbol{C} - \boldsymbol{D}\boldsymbol{A}\|_{F}^{2} = \left\| (\boldsymbol{C} - \sum_{j \neq k} \boldsymbol{g}_{\gamma j} \boldsymbol{a}_{T}^{j}) - \boldsymbol{g}_{\gamma k} \boldsymbol{a}_{T}^{k} \right\|_{F}^{2} = \left\| \boldsymbol{E}_{k} - \boldsymbol{g}_{\gamma k} \boldsymbol{a}_{T}^{k} \right\|_{F}^{2}$$
(7)

此时优化问题可描述为[10]

$$\boldsymbol{C} - \boldsymbol{D}\boldsymbol{A} \big\|_{F}^{2} = \min_{\boldsymbol{g}_{\gamma k}, \boldsymbol{x}_{T}^{k}} \big\| \boldsymbol{E}_{k} - \boldsymbol{g}_{\gamma k} \boldsymbol{a}_{T}^{k} \big\|_{F}^{2}$$
(8)

对于式(8)我们只需要调整 $g_{\gamma k}$ 和 a_T^k ,使其乘积与 E_k 的误差尽可能地小。显然,如果直接将 E_k 进行分解后更新 $g_{\gamma k}$ 和 a_T^k ,则可能导致 a_T^k 不稀疏,因

此,更新字典时只要新 a_T^k 的非 0 项即可^[4]。 a_T^k 的非 0 项所在索引的索引集定义为: $w_k = \{i | 1 \le i \le N, a_T^k(i) \ne 0\}$,从索引集中取出相应误 差矩阵 E_k 的列向量,获得矩阵 E_k^R ,保留 a_T^k 中不为 0 的项,构成向量 a_k^k ,此时 a_k^k 应为列向量,故对 E_k^R 进行奇异值分解,有 $E_k^R = U\Delta V^T$ ^[10],由U的第一列 更新 $g_{\gamma k}$, 由V的第一列乘以 $\Delta(1,1)$ 所得结果更新 a_T^k ,最后得到最优的 $g_{\gamma k}$ 和 a_T^k 。

2 声速剖面稀疏表示

结合字典学习 K-SVD 方法,首先对实测得到 的声速剖面在 N 个时间点进行采样,声速剖面在深 度上具有 M 个值,得到声速剖面训练信号的集合, 从获得的数据中训练 SSP 字典,根据式(8),利用稀 疏方法中的 OMP 表示出训练信号的稀疏向量,对 于 k 个元素的字典,OMP 能够以 k 步收敛到字典元 素跨度上的投影^[8]。在进行有限次数的迭代之后, OMP 会针对字典的所选子集提供最佳的稀疏向量 值,表示声速剖面。

本文所述的反演过程实质就是利用 K-SVD 更 新得到目标函数中最优的稀疏系数和最优字典,生 成声速剖面的表示模型。

K-SVD 算法反演的数据处理和声速剖面表示的流程图如图 1 所示。算法的输入为声速剖面训练 样本 *C*。输出为字典 *D* 和稀疏表示系数 *A*。

计算的具体步骤如下:

(1) 获取训练信号集:从实际测量的声速剖面 中获得 N 个声速剖面,并采用插值法,插值得到深 度上等距离离散的声速值,转化到 K 个垂直标准 层,得到声速矩阵 C_{M×N},即 SSP 训练样本集 C。

(2) 初始化:初始化字典 D₀∈R^{M×K},采用一个随机矩阵作为训练的初始字典,并对初始字典进行 归一化处理。

(3) 稀疏编码: 使用 OMP 算法求解式(1)的目标方程,得到稀疏系数矩阵 *A*。

(4) K-SVD 字典更新: 依次更新字典的原子, 经过 k 次迭代后得到字典 **D**_k。

(5) 算法停止准则:停止条件设置为迭代次数 或者重构信号和原信号之间的误差率,以决定迭代 是否继续。

(6) 算法逐列更新完字典后,用新字典D_k做稀 疏分解,并判断是否达到停止条件,如果达到终止 条件,得到最优字典和稀疏系数矩阵Â。

(7) 从稀疏目标方程中求解学习得到字典 D 和 稀 疏 系 数 \hat{a}_i 。 训 练 信 号 的 稀 疏 矩 阵 \hat{A} = $[\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_N] \in \mathbb{R}^{K \times N}$, 声速剖面的计算公式可表示为 $c'(x, y, z) = D\hat{A}$ 。



Fig.1 The flow chart of K-SVD

3 反演方法

声速剖面反演实质就是将测量的声场数据,通过 一定的代价函数和搜索策略,估计待反演的参数,再 重构形成反演后的声速剖面^[11]。

仿真采用的海洋环境如下:海底为液体海底,声速为 1700 m·s⁻¹、密度为 1.5 g·cm⁻³、吸收为 0.5 dB·λ⁻¹(λ 为波长),海水深度为 25 m。发射信号频 率采用 200~600 Hz、长度为 3 s 的加 Blackman 窗进 行幅度调制的线性调频脉冲,且声源位于水下深度 10 m 处,收发距离为 1 km,采用 1 列 8 个均匀间隔 的垂直线阵列单元,在 6~20 m 范围内接收声信号。

在已知平均声速剖面和字典的稀疏系数 a^k 和

最优g_{*k}后,待反演的声速剖面可表示为

$$c'(x, y, z) = D\hat{A} = \overline{c}(z) + \sum_{k=1}^{K} g_{\gamma k} a_{T}^{k}$$
(9)
令 $\Delta c(z) = \sum_{k=1}^{K} g_{\gamma k} a_{T}^{k}$, 则式(5)可表示为

$$c_{T} = \int_{0}^{s_{1}} \frac{1}{2} dz = \int_{0}^{s_{1}} \frac{a_{T}^{k}}{2} dz = \int_{0}^{s_{1}} \frac{a_{T}^{k}}{2} dz = \int_{0}^{s_{1}} \frac{1}{2} dz$$

 $t = \int_{s_0} \frac{1}{\overline{c}(s)} ds - \sum_{k=1} g_{\gamma k} \int_{s_0} \frac{t_{\gamma_k}}{\overline{c}^2(s)} ds = t_b - \sum_{k=1} g_{\gamma k} d_k (10)$ 式中, t_b 为背景声速下的声传播时间; d_k 为沿背景 声速下特征声线的积分小项^[12]。

采用式(11)作为代价函数 P:

$$P = \frac{1}{\sum_{m',n'} \left[t_{m'n'}(R_{m'}, R_{n'}) - \tau_{m'n'} \right]^2}$$
(11)

式中: *R_{ni}* 和 *R_i* 分别为声源和接收点的坐标; *τ_{nini}* 为 各水听器接收信号传播时间的观测值,作为观测物 理量^[13]。*t_{nini}* 为将 K-SVD 算法计算得到的声速剖 面,代入射线模型计算,得到的特征声线传播时间, 作为拷贝物理量。反演时,采用文献[6]中的混合优 化算法对式(11)进行优化,当式(11)取最大值时对 应的声速剖面即为反演结果。

在进行反演之前,对反演参数的相对估计精度 预估,并检测代价函数是否可以有效地根据参数变 化达到最优解,因此对反演参数进行敏感性分析。 采用图 2 的声速剖面作为范例依照 K-SVD 字典的 形式计算出字典原子对应的稀疏系数为 $a_1=33.1418$, $a_2=36.1633$ 。将其作为实际值,采 用文献[6]中的敏感度因子的计算方法,计算了该字 典原子的敏感度因子(S_1, S_2),结果如图 3 所示。





从图 3 中可看出代价函数对于待反演参数的敏 感性良好,且在实际值的位置出现了最大值。

声速剖面反演流程如图 4 所示,步骤如下:

(1) 使用 K-SVD 算法生成的字典,来计算声速 剖面;

(2) 将计算的声速剖面代入射线传播模型中, 进行拷贝场计算,计算得到本征声线的传播时间,





并将计算结果代入代价函数与测量真值进行匹配¹⁴, 根据代价函数的计算结果,重新生成字典,重新生成一个新的声速剖面;

(3) 重复步骤(2), 在没有达到设定的阈值 *G* 前不断计算;

(4) 完成初始设定的代数计算后,如果得到的 结果最优值收敛在某数值附近,则说明反演算法稳 健¹⁶,将代价函数取得最优值时的字典代入式(9)求 解声速剖面,并将其作为最终的反演结果。

4 实验分析

为了验证字典学习方法优于 EOF 方法,利用 中国黄海某海域进行的声速剖面反演实验测量的 声速剖面数据进行 EOF 和 K-SVD 方法的验证。声 速剖面取自作者分别于 2013~2015 年期间在中国 黄海某海域利用温盐深系统(Conductivity, Temperature, Depth, CTD)测量的实际数据。该数据记录了 0~25 m 深度范围的 CTD 测量数据,深度分辨率为 0.1 m。通过将原始 CTD 数据转换为 SSP 并减去平 均值,可以从数据集中获得训练样本。将采样序列 中的 50(*N*=50)个声速剖面作为训练集。使用保形三 次样条插值将配置文件统一下采样至 *K*=25 点^[13-15]。 SSP 样本集如图 5 所示。

首先检验 K-SVD 方法对训练样本的重构性能, 用 50 个声速剖面样本集来训练 K-SVD 算法的 LD, 图 6 分别显示了使用 EOF 和 K-SVD 方法生成的经 验正交函数和字典原子对声速变化的方差贡献率。 从图 6 可以看出, EOF 方法生成的经验正交函数只



dimensional representation

有前 5 阶经验正交函数的系数可以提供有关海洋 SSP 变化的信息,采用 K-SVD 方法生成的所有字 典原子都能够提供海洋声速变化的有用信息。



图 6 EOFs 阶数和字典原子数对声速变化的方差贡献率 Fig.6 Variance contribution rates of EOFs order and number of dictionary atomics to variation of sound velocity

采用一个随机矩阵作为训练的初始字典,将实际测量的 50 个样本作为训练字典的样本数据集, 用除去样本集外的其他测量数据,来进行声速剖面 的反演实验。

测量数据来源于 2013 年在中国黄海某海域测量的数据,实验分别采用爆炸声和线性调频信号作为声源信号,其中线性调频信号频率为 200~600 Hz,声源位于水下 10 m 深处,利用矢量水听器和4元垂直阵接收信号,矢量水听器位于水下9 m 深处,4 元垂直阵的深度范围为 5~10 m,收发相距 10 km。字典原子数 K 设为 20,稀疏度 T 设为 2,每次实验的迭代次数为 120 次。反演了 10 条声速剖面,反演结果如图 7 所示。

为了进一步验证字典学习方法对于声速剖面 反演的优点,使用 EOF 方法生成的第一个经验正 交函数的系数作为 K-SVD 算法的初始字典,对实 测的声速剖面进行反演。

使用 SSP 数据集 Y 来训练 EOF 和 LD, 使用平 均误差(Mean Error, ME)来度量两者的重构性能。平

均误差 E_M可表示为^[13]

$$E_{\rm M} = \frac{1}{K \times M} \sum_{m=1}^{M} \left\| \boldsymbol{Y}_m - \hat{\boldsymbol{Y}}_m \right\| \tag{12}$$

图 8(a)是使用 EOF 方法选前 3 阶经验正交函数 作为基函数得到的反演剖面。图 8(b)是使用 K-SVD







方法得到的一组反演剖面。同等条件下,进行 30 组 反演实验,EOF 方法的重构平均误差为 0.6904m·s⁻¹,K-SVD 方法重构的平均误差为 0.1102m·s⁻¹。从图 7 给出的两种方法的仿真结果 以及计算的平均误差来看,K-SVD 方法的重构效 果优于 EOF 方法。结果表明,K-SVD 方法仅用一 个字典就可以实现EOF方法搜索选择3个以上EOF 系数相同的其至更小的平均误差。

同时使用文献[6]中的混合优化算法对两种方 法进行反演参数寻优,在不同的声速剖面下 EOF 方法通常需要的迭代次数约是 K-SVD 方法的 5 倍。 图 9 显示了 K-SVD 方法和 EOF 方法的平均误差收 敛曲线,经过 30 次的迭代, *E*_M 降低了近 70%。从 图 9 中可以看出,对于 K-SVD 方法,收敛速度要 快得多,并且 EOF 方法至少需要三个寻优参数, K-SVD 方法只有两个寻优参数,计算效率更高。



图 8 EOF 方法和 K-SVD 方法严述司面反换纪朱 Fig.8 Inversion results of the measured SSP by EOF and K-SVD methods



Fig.9 Convergence curves of mean error of sound velocity by the two methods

5 结论

使用字典学习可以生成最佳字典,以稀疏地重 建给定的信号。由于这些 LD 对正交性没有强制要 求,因此生成的字典原子可以更好地拟合原始数 据。相比于 EOF,每个 LD 基函数对于信号的变化 规律都是有益的。提高了基函数对于数据分布的贡 献,使用很少的基函数即可近似重构信号,获得更 好的反演精度。

采用 K-SVD 字典学习算法处理了实际测量的 声速剖面数据。与 EOF 方法进行了对比, K-SVD 算法比 EOF 算法使用更少的基函数即可很好地描述 SSP 的变化。LD 中仅用一个系数即可描述每个 观测到的 SSP 中几乎所有的变化。LD 中更多的信息 元素可实现这种性能提升。说明,在保证精度的前提下,K-SVD 方法相比于传统 EOF 算法简化了算法 流程,计算效率更高,平均误差降低了约 50%。

参考文献

- [1] 邢传玺, 宋扬. 浅海环境参数反演及声信号处理技术[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2018: 1.
- [2] 何利,李整林,张仁和,等.东中国海声速剖面的经验正交函数表示与匹配场反演[J].自然科学进展,2006,16(3):351-355.
- [3] 邢传玺,董国芳, 孔玲玲, 等. 基于简正波掠射角的声速剖面反演方 法研究[J]. 云南民族大学学报(自然科学版), 2016, 25(6): 558-565. XING Chuanxi, DONG Guofang, KONG Lingling, et al. Inversion of the sound speed profile based on the grazing angle of normal modes[J]. Journal of Yunnan Minzu University (Natural Sciences Edition), 2016, 25(6): 558-565.
- [4] 沈远海,马远良,屠庆平,等. 浅水声速剖面用经验正交函数 (EOF)表示的可行性研究[J]. 应用声学, 1999, 18(2): 21-25. SHEN Yuanhai, MA Yuanliang, TU Qingping. Feasibility of description of the sound speed profile in shallow water via empirical orthogonal function (EOF)[J]. Applied Acoustics, 1999, 18(2): 21-25.
- [5] 李倩倩,史娟.基于字典学习的声速剖面稀疏表示[C]//中国声学 学会水声学分会 2019 年学术会议, 2019.
- [6] 邢传玺. 浅海局部海域声速剖面和海流分布反演方法研究[D]. 哈 东滨:哈尔滨工程大学, 2015: 43-45.
- [7] 张维. 声速剖面快速反演浮标系统与算法研究[J]. 兵工学报, 2015, 36(5): 879-884.
 ZHANG Wei. Research on the sonobuoy system and algorithm for rapid inversion of sound speed profile[J]. Acta Armamentarii, 2015, 36(5): 879-884.
- [8] 张晓帅.光场的稀疏编码模型及重构算法的研究[D]. 杭州:浙江 工业大学, 2017: 31.
- [9] LIN Z, DAVIS S L, JIANG Z L, et al. Label Consistent K-SVD: Learning a Discriminative Dictionary for Recognition[J]. IEEE Transac-tions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013.
- [10] Bianco M, Gerstoft P. Dictionary learning of sound speed profiles[J]. acoustical society of america journal., 2017, 141(3): 1749.
- [11] 陈勃,赵梅,胡长青.基于环境噪声的浅海海底单参数反演[J].声 学技术, 2018, 37(2): 110-116. CHEN Bo, ZHAO Mei, HU Changqing. Single parameter inversion based on ambient noise in shallow sea[J]. Technical Acoustics, 2018, 37(2): 110-116.
- [12] LI Q Q, SHI J, LI Z L, et al. Acoustic sound speed profile inversion based on orthogonal matching pursuit[J]. Acta Oceanologica Sinica, 2019, 38(11): 149-157.
- [13] 张维, 黄益旺, 王延意. 利用残缺样本声速重构声速剖面[J]. 声学 技术, 2012, 31(4): 371-374.
 ZHANG Wei, HUANG Yiwang, WANG Yanyi. Sound speed profile reconstruction from incomplete sample data[J]. Technical Acoustics, 2012, 31(4): 371-374.
- [14] 巩玉振,刘垚,张秋生,等. 匹配场反演阵形估计算法的试验研究
 [J]. 声学技术, 2012, 31(5): 463-465.
 GONG Yuzhen, LIU Yao, ZHANG Qiusheng, et al. Array shape estimation based on matched field inversion[J]. Technical Acoustics, 2012, 31(5): 463-465.
- [15] 张学磊, 冯杰. 一种用于匹配场反演的遗传算法[J]. 声学技术, 2015, 34(5): 462-466. ZHANG Xuelei, FENG Jie. A new genetic algorithm for matchedfield inversion[J]. Technical Acoustics, 2015, 34(5): 462- 466.