引用格式: 梁仕杰, 王彪, 张岑. 基于稀疏约束的 DCD 滑动窗 RLS 水声信道估计算法研究[J]. 声学技术, 2021, **40**(1): 123-127. [LIANG Shijie, WANG Biao, ZHANG Cen. Acoustic channel estimation algorithm based on DCD sliding window RLS with norm constraint[J]. Technical Acoustics, 2021, **40**(1): 123-127.] **DOI**: 10.16300/j.cnki.1000-3630.2021.01.019

基于稀疏约束的 DCD 滑动窗 RLS 水声信道估计算法研究

梁仕杰, 王 彪, 张 岑

(江苏科技大学电子信息学院, 江苏镇江 212003)

摘要:水声信道具有稀疏性的特点,因此高精度低复杂度的稀疏信道估计算法对水声通信具有重要意义。基于自适应滤波算法的信道估计问题本质上是线性回归模型参数的求解问题,传统的最小二乘(Least Square, LS)、最小均方 (Least Mean Square, LMS)及递归最小二乘(Recursive Least Squares, RLS)算法在估计稀疏信道时不仅复杂度较高,而且在求解线性回归模型时,因忽略自变量的多重共线性而使稀疏信道估计精度降低。针对上述问题,首先,在经典 RLS 算法的代价函数中加入信道系数的范数对其进行约束,从而提高了稀疏信道估计的精度,然后,采用滑动窗的方式对其代价函数进行处理以减少算法的计算量。在此基础上又引入二分坐标下降(Dichotomous Coordinate Descent, DCD) 算法搜索单次迭代中使代价函数最小的解,进一步降低了算法的复杂度。仿真结果表明,文中所提的算法相较于经典算法在估计精度和复杂度方面具有一定的优越性。

关键词: 二分坐标下降算法; 递归最小二乘算法; 范数约束; 滑动窗; 信道估计

中图分类号: TN929.3

文献标志码: A

文章编号: 1000-3630(2021)-01-0123-05

Acoustic channel estimation algorithm based on DCD sliding window RLS with norm constraint

LIANG Shijie, WANG Biao, ZHANG Cen

(School of Electronic and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, Jiangsu, China)

Abstract: The acoustic channel has the characteristics of sparsity, so the sparse channel estimation algorithm with high accuracy and low complexity is of great significance to the underwater acoustic communication. The problem of channel estimation based on adaptive filtering algorithm is essentially a problem of solving parameters of linear regression model. In allusion to the shortcomings of high complexity and low accuracy of traditional Least Square (LS), Least Mean Square (LMS) and Recursive Least Squares (RLS) algorithms in sparse channel estimation, which is due to neglecting multicollinearity of arguments in solving the problem of linear regression model with these algorithms, in this paper the norm of the channel tap coefficient is added to the cost function of the classical RLS algorithm to constrain itself so as to improve the accuracy of sparse channel estimation. Then, a slide window is used to process the cost function to reduce the computational burden of the algorithm. On this basis, the Dichotomous Coordinate Descent (DCD) algorithm is introduced to search for the solution that minimizes the cost function in a single iteration, the complexity of the algorithm can be further reduced. The simulation results show that the proposed algorithm is superior in the estimation accuracy and complexity compared with the classical algorithm.

Key words: dichotomous coordinate descent (DCD) algorithm; recursive least square (RLS) algorithm; norm constraint; sliding window; channel estimation

0 引言

水声信道的多径效应强、可利用带宽窄,信号 衰减严重等特点使得水声通信的发展受到限制。利 用水声信道的稀疏性,研究稀疏信道估计算法可以 极大地改善水声通信的性能。

目前,稀疏信道估计问题一般通过压缩感知算法^[1-2]或自适应滤波算法来解决。基于压缩感知的信

收稿日期: 2019-09-03; 修回日期: 2019-10-13

基金项目: 国家自然科学基金(11574120, 61401180, U1636117); 江苏省"六大人才高峰"计划江苏省研究生科研与实践创新计划项

∄(KYCX19_1691)

作者简介:梁仕杰(1994一),男,江苏盐城人,硕士研究生,研究方向为 水声通信、水声信号处理。

通信作者: 梁仕杰, E-mail: 1941407485@gg.com

道估计方法如正交匹配追踪算法(Orthogonal Matching Pursuit, OMP),正则化正交匹配追踪算法(Regularized Orthogonal Matching Pursuit, ROMP)等虽然可以根据少量的信息通过信号的重构^[3]来估计信道,但这些方法需要信道稀疏度的先验信息^[4],这限制了此类方法的应用。

自适应滤波算法主要有最小均方(Least Mean Square, LMS)算法、最小二乘(Least Square, LS)算法 及递归最小二乘(Recursive Least Squares, RLS)算法 等。LMS 算法是基于均方误差的算法,利用 LMS 算法所估计的滤波器系数与数据的统计特性有关, 因此其收敛速度较慢。而利用 LS 算法[5-6]估计信道, 收敛速度较快。RLS 算法在 LS 算法的基础上引入 了遗忘因子[7], 虽然在一定程度上改善了 LS 算法的 性能,但是其未对信道系数进行范数约束,因此在 稀疏信道估计问题上效果并不好。文献[8-9]将范数 约束的概念引入到稀疏信道估计中,估计性能较传 统算法有明显提高。本文在时域以高斯训练序列为 处理对象, 在现有理论的基础上, 将惩罚函数加入 到 RLS 算法的代价函数中,对估计信道系数进行 范数约束,同时利用滑动窗方式处理代价函数,在 改善稀疏信道估计性能的同时又降低了 RLS 算法 的复杂度。此外,将二分坐标下降(Dichotomous Coordinate Descent, DCD)[10]算法应用于单次迭代代 价函数最优解的搜索中,进一步降低了算法的复杂 度,对稀疏信道估计的研究具有一定的意义。

1 基于范数约束的 DCD 滑动窗 RLS 信道估计原理

1.1 信道估计问题的实质

通信系统的接收信号在时域中表示为

$$y = x \otimes h + v \tag{1}$$

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n] \tag{2}$$

$$\boldsymbol{h} = [h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_M] \tag{3}$$

其中: x是发送信号序列; h是信道的时域冲激响应序列; v是服从高斯分布的噪声序列, $N \ge 2M-1$ 。

假设所选信道为稀疏时不变信道,信道时域冲 激响应可以表示为

$$h(\tau, l) = \sum_{l=0}^{L} h(l)\delta(t - \tau_l)$$
 (4)

其中,L 是具有不同时延的多径个数,h(l) 是第 l 条路径下的信道增益, τ_l 是第 l 条路径下的时延。将式(1)展开得到:

$$\begin{cases} y(M) = [h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_M] \cdot [x_M \ \cdots \ x_1]^H + v(M) \\ y(M+1) = [h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_M] \cdot [x_{M+1} \ \cdots \ x_2]^H + v(M+1) \end{cases}$$
(5)

$$y(N) = [h_1 \quad h_2 \quad \cdots \quad h_M] \cdot [x_N \quad \cdots \quad x_{N-M+1}]^H + \nu(N)$$

其中, h_i 表示第i个采样点。从式(5)可以看出,接收序列y的第M个元素到第N个元素是以信道系数h为权系数,对相应的以M为固定长度的训练序列x(n)的加权求和,因此信道估计问题可以转变为M个变量的线性方程组求解问题。在求解此M个变量的线性方程组时,若采用传统待定系数法,计算则非常复杂。因此,可以采用自适应滤波算法,通过迭代的方式求解出方程参数即信道系数。

1.2 RLS 自适应滤波算法的原理

自适应滤波主要利用前一时刻获得的滤波器 参数,根据估计误差自动调节当前时刻的参数,使 得某个代价函数达到最小,从而实现最优滤波。

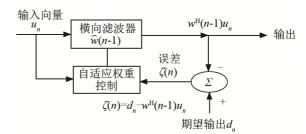


图 1 自适应滤波算法原理图 Fig.1 Schematic diagram of adaptive filtering algorithm

RLS 自适应误差算法的代价函数为

$$\varepsilon(n) = \sum_{i=0}^{n} \lambda^{n-i} \left| e(i) \right|^2 \tag{6}$$

$$e(i) = d(i) - \mathbf{w}^{\mathrm{H}}(n)\mathbf{u}(i) \tag{7}$$

与 LS 算法相比,RLS 算法引入遗忘因子,其 作用是离当前时刻近的误差赋较大权重,离当前时 刻远的误差赋较小权重,从而减小过去较远时间点 的误差影响,使滤波器平稳工作。

1.3 基于范数约束的 DCD 滑动窗 RLS 算法原理

本文所提自适应算法的代价函数为:

$$\overline{J}[\boldsymbol{h}(n)] = \overline{f}_{LS}[\boldsymbol{h}(n)] + f_{p}[\boldsymbol{h}(n)]$$
(8)

其中,h(n) 是 N 行、1 列的解向量, $f_p[h(n)]$ 为惩罚函数,目的是对h(n) 进行范数约束。

首先,定义数据序列矩阵 X(n) (X(n) 为n 行、N 列矩阵)和期望信号向量 d(n) (d(n) 为n 行、1 列的向量): $X(n) = \begin{bmatrix} x^{H}(1) & \cdots & x^{H}(n) \end{bmatrix}^{T}$, $d(n) = \begin{bmatrix} d^{*}(1) & \cdots & d^{*}(n) \end{bmatrix}^{T}$ 。其中,x(n)为 N 行、1 列的向量,表示当前时刻的训练序列, $d^{*}(n)$ 是当前时刻的期望信号。

$$\overline{f}_{LS}[\boldsymbol{h}(n)] = \frac{1}{2} \| \boldsymbol{D}^{1/2}(n) [\boldsymbol{d}(n) - \boldsymbol{X}(n)\boldsymbol{h}(n)] \|_{2}^{2}$$
 (9)

$$\boldsymbol{D}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n-M)\times(n-M)} & \mathbf{0}_{(n-M)\times M} \\ \mathbf{0}_{M\times(n-M)} & \boldsymbol{I}_{M} \end{bmatrix}$$
 (10)

式(10)中, M是滑动窗口的长度。

$$\overline{f}_{LS}[\boldsymbol{h}(n)] = \frac{1}{2} [\boldsymbol{d}(n) - \boldsymbol{X}(n)\boldsymbol{h}(n)]^{H} \boldsymbol{D}(n) [\boldsymbol{d}(n) - \boldsymbol{X}(n)\boldsymbol{h}(n)] = \frac{1}{2} \boldsymbol{d}^{H}(n)\boldsymbol{D}(n)\boldsymbol{d}(n) + f_{LS}[\boldsymbol{h}(n)] \tag{11}$$

其中: $f_{LS}[\boldsymbol{h}(n)] = \frac{1}{2}\boldsymbol{h}^{H}(n)\boldsymbol{R}(n)\boldsymbol{h}(n) - \mathfrak{R}\{\boldsymbol{h}^{H}(n)\boldsymbol{b}(n)\};$ $\boldsymbol{R}(n) = \boldsymbol{X}^{H}(n)\boldsymbol{D}(n)\boldsymbol{X}(n); \quad \boldsymbol{b}(n) = \boldsymbol{X}^{H}(n)\boldsymbol{D}(n)\boldsymbol{d}(n).$

式(11)中, $\Re\{\cdot\}$ 表示取复数的实部,化简后的 \overline{f}_{LS} 项第一项为常量,不影响代价函数最小时解向量的求解。因此代价函数可以继续化简为

$$J[\boldsymbol{h}(n)] = f_{LS}[\boldsymbol{h}(n)] + f_{p}[\boldsymbol{h}(n)]$$
(12)

为了进一步简化代价函数,引入残差向量:

$$c(n|m) = b(n) - R(n)\hat{h}(m)$$
(13)

$$c(n|n-1) = b(n) - R(n)\hat{h}(n-1) = [b(n-1) + \Delta b(n)] - [R(n-1) + \Delta R(n)]\hat{h}(n-1) = c(n-1|n-1) + \Delta b(n) - \Delta R(n)\hat{h}(n-1)$$

$$(14)$$

将代价函数转化为以 $\Delta h(n)$ 为变量的函数:

$$J[\boldsymbol{h}(n)] = f_{LS}[\hat{\boldsymbol{h}}(n-1) + \Delta \boldsymbol{h}(n)] + f_{p}[\hat{\boldsymbol{h}}(n-1) + \Delta \boldsymbol{h}(n)]$$
 (15)

经过整理, 代价函数最终可以转化为

$$J_{\Delta}[\Delta h(n)] = \frac{1}{2} \Delta h^{H}(n) \mathbf{R}(n) \Delta h(n) -$$

$$\Re\{\Delta \boldsymbol{h}^{\mathrm{H}}(n)\boldsymbol{c}(n|n-1)\} + f_{\mathrm{p}}[\hat{\boldsymbol{h}}(n-1) + \Delta \boldsymbol{h}(n)] \qquad (16)$$

在滑动窗 RLS 算法中,矩阵 R(n) 和向量 b(n) 可以被递归表示为

$$R(n) = R(n-1) + x(n)x^{H}(n) - x(n-M)x^{H}(n-M)$$
 (17)

$$b(n)=b(n-1)+d^*(n)x(n)-d^*(n-M)x(n-M)$$
 (18)

$$\Delta \mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{h}}(n-1) = y^{*}(n)\mathbf{x}(n) - y_{M}^{*}(n)\mathbf{x}(n-M)$$
 (19)

其中: $y_M(n) = \hat{h}^H(n-1)x(n-M)$ 。

$$c(n|n-1)=c(n-1|n-1)+e^*(n)x(n)-e^*_M(n)x(n-M)$$
 (20)
其中: $e_M(n)=d(n-M)-y_M(n)$ 。

经过上述化简,代价函数已经转化成以 $\Delta h(n)$ 为变量的函数。

1.3.1 DCD 搜索方法

应用 DCD 算法搜索使代价函数最小的解向量:

$$J_{\Delta}[\Delta \mathbf{h}] = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{h}^{\mathrm{H}} \mathbf{R} \Delta \mathbf{h} - \Re{\{\Delta \mathbf{h}^{\mathrm{H}} \mathbf{c}\}} + f_{\mathrm{p}}(\mathbf{h} + \Delta \mathbf{h})$$
 (21)

在每次迭代中,只有解向量的第p个元素会被 更新成 $\Delta h + \alpha e_n$, α 是一个复数值的向量, e_n 是单 位矩阵的第 p 列,解向量更新的唯一条件是:

$$\Delta J = J_{\Delta}(\Delta \boldsymbol{h} + \alpha \boldsymbol{e}_{D}) - J_{\Delta}(\Delta \boldsymbol{h}) < 0$$
 (22)

$$\boldsymbol{\alpha} = [\delta - \delta j \delta - j \delta] \tag{23}$$

其中, δ 表示步长。在接下来的 DCD 迭代中,需要遍历所有的 $s=1,\cdots,N$ 及 $q=1,\cdots,4$,使代价函数取得最小值。

$$[p,k] = \underset{s,q}{\arg\min} \left[\frac{\delta^2}{2} R_{s,s} - \Re\{\alpha(q)^* c_s\} + f_p(\mathbf{h} + \alpha(q)\mathbf{e}_s) - f_p(\mathbf{h}) \right]$$
(24)

其中: p=s, k=q。若在搜索过程中,不满足更新条件,则减小搜索步长,继续搜索。遍历完毕后,即可得到最优解。

1.3.2 惩罚函数

代价函数中的惩罚函数是对解向量的范数约束,目的是减小解向量的方差,使解向量变得稳定。 其通式为

$$f_{p}(\mathbf{h}) = \tau \left[\frac{1}{2} (1 - \beta) \|\mathbf{h}\|_{2}^{2} + \beta \|\mathbf{h}\|_{1} \right]$$
 (25)

其中: τ 是正则化参数; $f_p(h)$ 一般有三种形式: 套索(Lasso)惩罚函数(β =1),岭回归(Ridge)惩罚函数(β =0)以及弹性网(ElasticNet)惩罚函数($0<\beta<1$)。根据具体的情况来使用相应的惩罚函数。本文所提算法主要采用套索惩罚函数。

2 本文算法的信道估计步骤

本文算法的信道估计步骤如下:

- (1) 输入: 训练序列 x(n), 训练序列位置处对应的接收序列 y(n)。
- (2) 设置初始化: 多径信道系数 $\hat{h}(0)=\mathbf{0}_N$; 初始 残差 $\mathbf{c}(0|0)=\mathbf{0}_N$; 训练序列自相关矩阵的初始值 $\mathbf{R}(0)=\eta\mathbf{I}_N$ 。
- (3) 计算当前迭代所取训练序列段的 R 矩阵: $R(n) = R(n-1) + x(n)x^{H}(n) x(n-M)x^{H}(n-M)$ (26) 其中,x(n) 是当前时刻训练序列段。
- (4) 计算在前次迭代中估计的信道系数下的当前时刻的输出及其与对应期望信号的误差:

$$v(n) = \hat{\boldsymbol{h}}^{\mathrm{H}}(n-1)\boldsymbol{x}(n) \tag{27}$$

$$e(n) = d^*(n) - y(n)$$
 (28)

(5) 计算在前次迭代中估计的信道系数下,滞后于当前训练序列段 *M* 时刻的训练序列的输出及其与对应期望信号的误差:

$$\mathbf{v}_{M}(n) = \hat{\boldsymbol{h}}^{\mathrm{H}}(n-1)\mathbf{x}(n-M) \tag{29}$$

$$e_{M}(n) = d^{*}(n-M) - y_{M}(n)$$
 (30)

(6) 根据得到的误差值和前次迭代的残差值,

计算在前次迭代中估计的信道系数下的当前时刻的残差值:

 $c(n|n-1) = c(n-1|n-1) + e^*(n)x(n) - e_M^*(n)x(n-M)$ (31)

- (7) 应用 DCD 线性搜索方法搜索使代价函数 取最小值时的解向量 Δh ,相应更新残差值以及信道系数。具体步骤如下:
- ① 输入: c=c(n|n-1), R=R(n), $h=\hat{h}(n-1)$, H, 解向量的项的位数 M_b , 成功迭代次数的上限 N_a ;
 - ② 初始化: $\delta=H$, m=0, u=0;
- ③ 当 $m < M_b$, $u < N_u$, 遍 历 $s = 1, \dots, N$, $q = 1, \dots, 4$, 搜索 $\left[\frac{\delta^2}{2} R_{s,s} \Re\{\alpha(q)^* c_s\}\right]$ 取最小值时的 s 和 q 值,并将其分别赋值给 p 和 k 。

④ $s=1,\cdots,N$, $q=1,\cdots,4$,如果 $\Delta J_{\min}<0$,则 $h_p=h_p+\alpha(k)$, $c=c-\alpha(k)R^{(p)}$,u=u+1 ;否则 $\delta=\delta/2$, $\alpha=\alpha/2$,m=m+1 ;

3 仿真与分析

仿真所选信道为稀疏时不变信道,其时域信道 冲激响应模型为

$$h(\tau, l) = \sum_{l=0}^{L} h(l)\delta(t - \tau_l)$$
(32)

其中,L 是具有不同时延的多径数目,h(l) 是第 l 条路径下的信道增益, τ_l 是第 l 条路径下的时延差。

3.1 惩罚函数对估计结果影响

仿真采用的高斯训练序列的长度为 7 000,信 道采样点数为 2 000,采样频率为 128 kHz。迭代 5 000 次,信噪比为 25 dB。图 2 是本文采用的 DCD 滑动窗-Lasso RLS 算法估计结果、RLS 算法估计结果以及实际信道系数的对比图。由图 2 可知,RLS 算法与本文采用算法在信道的抽头系数处估计精度相似,但是 RLS 算法估计结果在信道零系数位置处普遍存在波动,因而其对稀疏信道估计的结果

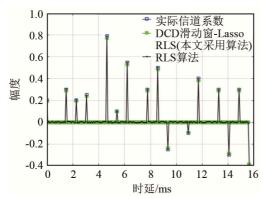


图 2 惩罚函数对估计结果的影响

Fig.2 The effect of the penalty function on the estimated result

较差。本文采用的算法利用 Lasso 惩罚函数对信道系数进行了 / 范数约束, 使稀疏信道估计精度更高。

3.2 不同种类惩罚函数的估计性能对比

本节主要通过每次迭代所估计的信道系数与实际信道系数的归一化均方误差(Normalized Mean Square Error, NMSE)来反映各算法信道估计的性能。 其数学表达式为

$$E_{\text{NMS}}(n) = \frac{\left\| \boldsymbol{h}(n) - \hat{\boldsymbol{h}}(n) \right\|_{2}^{2}}{\left\| \boldsymbol{h}(n) \right\|_{2}^{2}}$$
(33)

本部分对比了代价函数采用三种不同惩罚函数时的估计性能。高斯训练序列长度为 7000,信道采样点数为 2000,迭代次数为 5000,信噪比为 25 dB,结果如图 3 所示。由图 3 可见,经过 5000次迭代,DCD 滑动窗-Lasso RLS(套索惩罚函数)算法的估计性能最好,这是因为它代价函数中的 Lasso 惩罚函数用 l_1 范数来约束信道系数,将绝对值较小或影响因子较小的自变量的回归系数置为 0,这使得它更适用于稀疏信道估计,DCD 滑动窗-ElasticNet RLS(弹性网惩罚函数)算法的 β 值为 0.6,其性能介于 DCD 滑动窗-Lasso RLS 算法和 DCD 滑动窗-Ridge RLS(岭回归惩罚函数)算法之间。

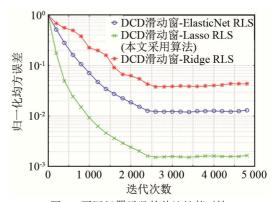


图 3 不同惩罚函数的估计性能对比 Fig.3 Comparison of estimation performance between different penalty functions

3.3 不同信道估计算法的估计性能对比

本节分析了本文采用算法与传统信道估计算法的性能。信噪比在 5~30 dB 变换,变换间隔为 5 dB。不同信道估计算法的归一化均方误差如图 4 所示。在 LS 信道估计过程中,256 个子载波每隔 8 个子载波插入导频。OMP 算法采用随机导频。RLS 算法和 DCD 滑动窗-Lasso RLS 算法均通过时域插入长度为 1000 的高斯训练序列。由于 OMP 算法感知矩阵中的傅里叶变换矩阵列数与信道长度相同,若信道长度过大,将会大大增加仿真的复杂度,因此稀疏信道采样点数取为 100。由图 4 可知,所有算法的归一化均方误差都随信噪比的增加而下降,

LS 算法虽然简单易实现,但其估计精度远低于其余三种算法。这是由于 LS 算法在估计稀疏信道时忽略了噪声的影响,所以信道估计值对噪声干扰的影响比较敏感。同时,由于 LS 方法的整体估计精度不高,因此其信道估计性能比较其他算法变化波动较小。RLS 算法估计精度略优于 OMP 算法,本文算法在四种信道估计算法中性能最优。

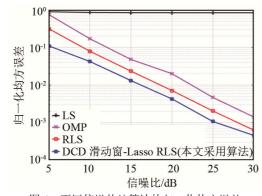


图 4 不同信道估计算法的归一化均方误差 Fig.4 Normalized mean square error of different channel estimation algorithms

3.4 不同信道估计算法的复杂度对比

通过 CPU 运行时间分析不同信道估计算法的复杂度,结果如图 5 所示,仿真信噪比为 15 dB。基于压缩感知的信道估计方法的迭代次数和稀疏度 K 值有关,因此 OMP 算法受 K 值的影响较大,K 值越大,其复杂度越高。本文采用的 DCD 滑动窗-Lasso RLS 算法与 RLS 算法相比,用滑动窗方法处理代价函数并且应用 DCD 算法搜索其最优解,减少了算法的复杂度。与 LS 算法相比,本文算法因在代价函数中添加了范数约束项,所以其复杂度略高于 LS 算法,但其信道估计精度远高于 LS 算法。

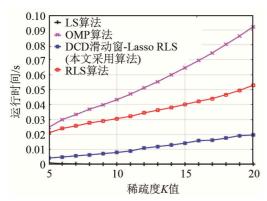


图 5 不同信道估计算法的 CPU 运行时间 Fig.5 CPU running time of different channel estimation algorithms

4 结论

本文提出了一种基于时域训练序列的自适应

稀疏信道估计算法。为解决传统算法在稀疏信道估计方面精度低的问题,在经典RLS 算法的代价函数中添加了惩罚函数项,用以对信道系数进行范数约束。仿真结果表明本算法相较于传统信道估计算法,提高了稀疏信道估计的精度。此外,所提算法在其代价函数中应用滑动窗处理方法并通过 DCD 算法搜索代价函数的最优解,仿真结果表明本算法相较于其他信道估计算法具有较低的复杂度。因此将本算法应用于稀疏信道估计中具有一定的意义。

参 考 文 献

- [1] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, **52**(4): 1289-1306.
- [2] DAI W, MILENKOVIC O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [3] 乔钢, 王巍, 王玥, 等. 基于压缩感知的 OFDM 水声通信信道二次估计算法[J]. 声学技术, 2013, 32(5): 357-361.

 QIAO Gang, WANG wei, WANG Yue, et al. The complex channel estimation based on compress sensing in OFDM via underwa-

ter acoustic channel[J]. Technical Acoustics, 2013, 32(5): 357-361.

- [4] 费洪涛,何雪云,梁彦. 基于自适应压缩感知的 OFDM 稀疏信道估计研究[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2019, **39**(2): 49-54. FEI Hongtao, HE Xueyun, LIANG Yan. OFDM sparse channel estimation based on adaptive compressed sensing[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2019, **39**(2): 49-54.
- [5] 宁小玲, 张林森, 梁玥. 一种改进 LS 信道估计算法在稀疏多径水声信道中的应用[J]. 声学技术, 2016, **35**(4): 378-384. NING Xiaoling, ZHANG Linsen, LIANG Yue. Application of an improved LS channel estimation algorithm to sparse multipath underwater acoustic channel[J]. Technical Acoustics, 2016, **35**(4):
- [6] 李姣军, 张亭亭, 黄明敏, 等. 一种改进的 LS 信道估计算法[J]. 重庆理工大学学报(自然科学版), 2018, **32**(12): 170-174, 192. LI Jiaojun, ZHANG Tingting, HUANG Mingmin, et al. An improved LS channel estimation algorithm[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science Edition), 2018, **32**(12): 170-174, 192.
- [7] 李成, 舒勤. RLS 算法自适应信道估计的性能分析[J]. 通信技术, 2009, 42(7): 53-54, 71. LI Cheng, SHU Qin. Performance analysis of RLS algorithm adaptive channel estimation[J]. Communications Technology, 2009, 42(7): 53-54, 71.
- [8] 张永霖, 王海斌, 台玉朋, 等. 基于混合范数约束的非均匀稀疏水声信道估计方法[J]. 应用声学, 2019, 38(4): 501-508.

 ZHANG Yonglin, WANG Haibin, TAI Yupeng, et al. Hybrid norm constraint based non-uniform sparse estimation for underwater acoustic channels[J]. Journal of Applied Acoustics, 2019, 38(4): 501-508.
- [9] 伍飞云,周跃海,童峰. 引入梯度导引似 p 范数约束的稀疏信道估计算法[J]. 通信学报, 2014, 35(7): 172-177. WU Feiyun, ZHOU Yuehai, TONG Feng. Estimation algorithm for sparse channels with gradient guided *p*-norm like constraints[J]. Journal on Communications, 2014, 35(7): 172-177.
- [10] MARAS M, AYVAZ E N, ÖZEN A. A novel adaptive variable forgetting factor RLS algorithm[C]//2018 26th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU). Izmir, Turkey. IEEE, 2018: 1-4.