

# 近场波束形成的约束最小平方和法

郭祺丽, 孙 超

(西北工业大学声学工程研究所, 西安 710072)

摘要: 文章研究了近场情况下的波束形成问题。对于任意结构阵列, 提出了近场波束形成的一种约束最小平方和法, 用近场信号模型来设计近场波束。该方法借助于优化工具箱, 在对波束旁瓣施加约束的条件下, 使波束主瓣的误差平方和最小。该方法在主瓣区域和旁瓣区域都能得到满足设计要求的波束性能, 可以方便地控制期望响应, 简单易行。基于 32 元均匀离散圆阵的仿真设计结果表明了文中方法的有效性。

关键词: 近场; 波束形成; 任意结构阵列; 近场信号模型

中图分类号: TB53 文献标识码: A 文章编号: 1000-3630(2006)-02-0140-05

## Near field beamforming using a constrained least-square method

GUO Qi-li, SUN Chao

(Institute of Acoustic Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi an 710072, China)

Abstract: A constrained least-square method for near field beamforming is presented. The method uses a near field signal model to design the beamformer and can be used for arbitrary geometry arrays. In the design procedure, sum of the square error in the mainlobe regions is made minimal while the sidelobe regions of the beam pattern are constrained. The desired design specifications can be obtained both in the mainlobe and sidelobes, and the implementation of the method is simple. Results of simulation for a 32-element uniform circular array verify the effectiveness of the method.

Key words: arbitrary geometry arrays; near field beamforming; near field signal model

## 1 引言

在大多数阵列信号处理文献中, 信号源被假定在传感器基阵的远场, 基阵中阵元接收到的单一信号源辐射的信号可看作是平面波, 这大大简化了波束形成问题。根据通常的经验, 远场近似在  $r=2L^2/\lambda$  处开始有效。对于低旁瓣或深零点的复杂波束, 则需要  $10L^2/\lambda$  或更大的距离<sup>[1]</sup>。当前声纳基阵设计及信号处理的趋势是使用低信号频域、大基阵尺度、先进处理方法和高处理增益。随着工作频段的降低和基阵尺寸的增加, 测试中的远场条件更难得到满

足, 采用远场假设会带来严重的波束性能损失。在宽带情况下, 问题会变得更复杂, 因为此时在低频时处于近场范围内的信号源, 高频时可能处于阵的远场。因此很有必要研究近场条件下的波束形成及优化设计问题。

目前, 国内对近场情况下的波束形成问题研究得还很少, 国外在此方面已经有了一些研究成果和应用。Khalil, Jullien 和 Gilloire 提出的近场补偿方法对不同的传播延迟进行时延补偿<sup>[2]</sup>, 是一种比较直接的方法。然而这种方法并不能在所有方向上得到精确的期望响应, 特别是在旁瓣区域。Kennedy, Abhayapala 等人提出的基于半径转换的近场波束形成方法<sup>[3,4]</sup>, 利用波动方程的球形谐波解, 把期望得到的近场波束函数转化为等价的远场波束, 然后设计满足此远场波束的波束形成器。这种方法可以在

所有方向上得到精确的期望近场特性,但因涉及到波动方程的谐波解,实际设计起来比较复杂。

一些研究者将优化理论用于远场情况下的宽带恒定束宽波束设计问题<sup>[5-9]</sup>,受此启发,本文提出了近场波束形成的一种约束最小平方和法。文中首先介绍了近场信号模型,并给出了近场情况下的阵列响应向量。然后对于任意结构阵列,给出了采用约束最小平方和法来设计近场波束的原理。该方法用近场信号模型来设计近场波束,将近场波束设计表示为最优化问题。设计时在对波束旁瓣施加约束的条件下,使波束主瓣的误差平方和最小,可借助于优化工具箱来实现。基于 32 元均匀离散圆阵的仿真设计结果表明,该方法在主瓣区域和旁瓣区域都能得到满足要求的波束性能,较之近场补偿方法可以更方便地控制期望响应。而且此方法与基于半径转换的近场波束形成方法相比,更简单易行。

## 2 近场信号模型及阵列响应向量

### 2.1 近场信号模型

如果点信号源位于基阵的近场区域内,其所产生的声波波阵面是球面的,辐射的是球状谐波,信号波前到达基阵时不能看作平面波。用  $r$  表示声源和观测点之间的距离,在无损失介质中,距离  $r$  处的声压为:

$$p(r, t) = \frac{A}{r} \exp\{j(\omega t - kr)\} \quad (1)$$

这里,  $A$  是常数,  $A/r$  表示声压幅度,  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  是波的频率,  $k = 2\pi/\lambda$  表示波数,  $\lambda$  为声波的波长。可见,距离  $r$  不仅对声压的相位有影响,对声压幅度也有影响。声压振幅与径向距离成反比,即离声源愈远的地方声信号愈弱。

### 2.2 近场情况下的阵列响应向量

考虑由  $M$  个传感器在空间任意排列组成的阵列,接收从位于基阵近场中的点源  $P$  入射的信号。取基阵的几何中心或某个阵元为坐标原点,设  $P$  点和坐标原点之间的距离为  $r$ ,方位角和俯仰角分别为  $\theta$  和  $\varphi$ ,如图 1 所示。

用  $r_m = [x_m \ y_m \ z_m]$  表示阵列中第  $m$  号阵元的位置,则它与声源之间的距离为

$$d_m = [(r \sin\varphi \cos\theta - x_m)^2 + (r \sin\varphi \sin\theta - y_m)^2 + (r \cos\varphi - z_m)^2]^{1/2} \quad (2)$$

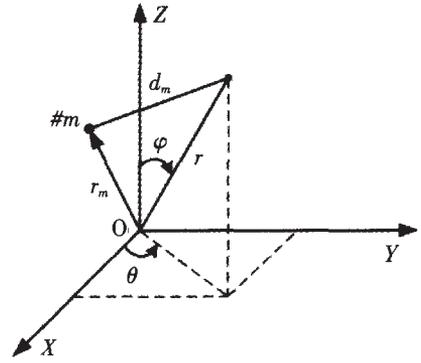


图 1 空间任意结构基阵接收近场信号示意图

Fig.1 The arbitrary geometry array receiving a nearfield signal

在坐标原点观测到的声信号为  $p_0(t) = \frac{A}{r} \exp\{j(\omega t - kr)\}$ , 在第  $m$  ( $m=1, \dots, M$ ) 号阵元上接收到的信号为:

$$p_m(t) = \frac{A}{d_m} \exp\{j(\omega t - kd_m)\} \quad (3)$$

选取坐标原点为参考点,若各阵元的灵敏度相同,那么可以得到基阵对位于其近场中的点信号源的阵列响应向量为

$$a_N(r, \theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \frac{r}{d_1(r, \theta, \varphi)} \exp\{-jk[d_1(r, \theta, \varphi) - r]\} \\ \frac{r}{d_2(r, \theta, \varphi)} \exp\{-jk[d_2(r, \theta, \varphi) - r]\} \\ \vdots \\ \frac{r}{d_M(r, \theta, \varphi)} \exp\{-jk[d_M(r, \theta, \varphi) - r]\} \end{bmatrix} \quad (4)$$

当基阵为平面阵且信号源和基阵在同一平面内时,式(4)可以简化为

$$a_N(r, \theta) = \begin{bmatrix} \frac{r}{d_1(r, \theta)} \exp\{-jk[d_1(r, \theta) - r]\} \\ \frac{r}{d_2(r, \theta)} \exp\{-jk[d_2(r, \theta) - r]\} \\ \vdots \\ \frac{r}{d_M(r, \theta)} \exp\{-jk[d_M(r, \theta) - r]\} \end{bmatrix} \quad (5)$$

## 3 近场波束优化原理

考虑  $M$  元任意结构平面阵,当点声源和基阵在同一平面内时,假设近场点源到基阵中心的距离为  $r$ ,方位角为  $\theta$ ,  $\varphi = \pi/2$ ,则基阵的波束输出为

$$p_N(r, \theta) = w^T(r) a_N(r, \theta) \quad (6)$$

其中,  $a_N(r, \theta)$  是近场阵列响应向量,因为  $w(r) = [w_1$

$(r) [w_2(r) \dots w_M(r)]^T$  是距离  $r$  一定时基阵的复加权向量, 因此  $a_N(r, \theta)$  是距离  $r$  的函数。

当距离  $r$  一定时, 求取合适的权  $w(r)$ , 使其满足

$$p_N(r, \theta) \quad p_D(\theta) \quad \theta \in \Theta \quad (7)$$

其中,  $p_D(\theta)$  表示期望波束在  $\theta$  方向的波束输出,  $\Theta$  表示感兴趣的角度范围。

对加权向量  $w(r)$  的求取可以表示为如下最小值优化问题

$$\min_{w(r)} \int_{\Theta} \rho(\theta) \left| w^T(r) a_N(r, \theta) - p_D(\theta) \right|^2 d\theta \quad (8)$$

其中,  $\rho(\theta)$  为正实数, 是  $\theta$  方向的代价因子, 其值越大, 在相应的方向上待求的波束输出就与参考波束输出越接近。

求解式(8)所示的最优化问题就可以得到在距离  $r$  处, 设计波束和期望波束最逼近时所需的阵加权向量。式(8)可以写成如下形式

$$\min_{w(r)} \sum_{\theta \in \Theta} \left\{ \rho(\theta) \left| w^T(r) a_N(r, \theta) - p_D(\theta) \right|^2 \right\} \quad (9)$$

在设计波束时, 常常要求波束的旁瓣低于一定的值, 这时可以对旁瓣施加约束, 即把近场波束优化问题表示为如下形式

$$\begin{cases} \text{Minimize} \sum_{\theta \in \Theta_{\text{main}}} \left\{ \rho(\theta) \left| w^T(r) a_N(r, \theta) - p_D(\theta) \right|^2 \right\} \\ \text{subject to } |p_N(r, \theta)|^2 \leq \psi \quad \theta \in \Theta_{\text{side}} \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $\Theta_{\text{main}}$  表示波束的主瓣区域,  $\Theta_{\text{side}}$  表示波束的旁瓣区域,  $\psi$  为常数, 约束了波束在旁瓣区域内任一方向的输出能量的最大取值。式(10)所描述的优化问题可以用 MATLAB 中的优化工具箱来解决, 我们把这

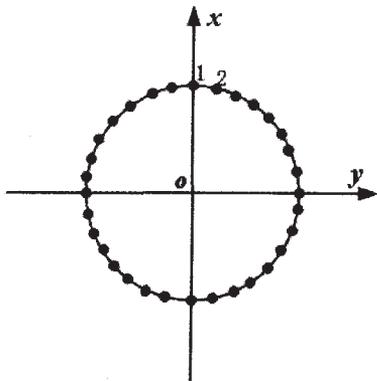


图2 32元均匀离散圆阵

Fig.2 32-element uniform circular array

种近场波束优化设计方法称为约束最小平方和法。

## 4 设计实例

考虑如图2所示的32元均匀离散圆阵, 圆半径为  $r_c=1.5\text{m}$ , 各个阵元是各向同性的, 基阵工作频率为  $2\text{kHz}$ 。图3给出了采用远场假设优化设计得到的  $-25\text{dB}$  等旁瓣级的波束图, 优化时采用 Olen 和 Compton 提出的数值化的波束合成算法<sup>[10]</sup>。由设计得到的远场波束优化权向量可以得到当声源距基阵中心不同半径距离时的近场波束, 如图4所示。其中声源距基阵几何中心的半径距离分别为  $r=3\text{m}$ 、 $4.5\text{m}$ 、 $6\text{m}$ 、 $9\text{m}$ 。从图中可以明显看出, 当声源位于基阵的近场范围内时, 采用远场假设设计波束会使得波束的旁瓣升高、主瓣变宽, 波束形状发生畸变; 且声源离基阵越近, 这种现象越严重。这说明, 当信号源在基阵的近场范围内时, 采用远场假设设计波束形成器不能得到期望的波束特性。

采用上节给出的约束最小平方和近场波束优化方法, 由近场信号模型来设计波束。设计时以远场优化波束的主瓣为期望波束的主瓣, 并约束期望波束的旁瓣低于  $-25\text{dB}$ 。图5给出了各个距离上优化得到的近场波束, 其中的虚线表示期望波束。由此可知, 各个距离上的近场优化波束在主瓣区域与期望波束拟合得很好, 且旁瓣低于  $-25\text{dB}$ , 较好地满足了设计要求。与图4中采用远场优化权得到的各个距离上的波束图相比, 采用本文给出的约束最小平方和近场波束优化方法无疑使近场波束的性能有了很大的提高。

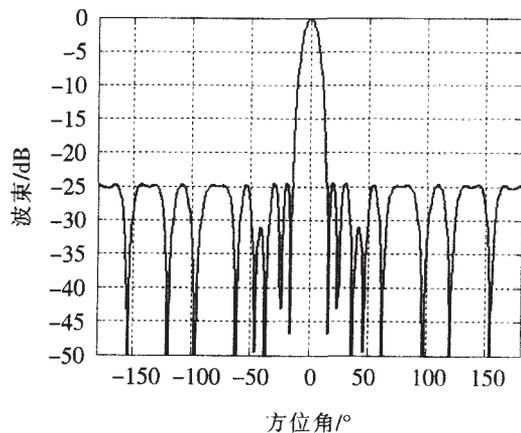


图3 采用远场假设优化得到的波束图

Fig.3 The optimal farfield beam pattern

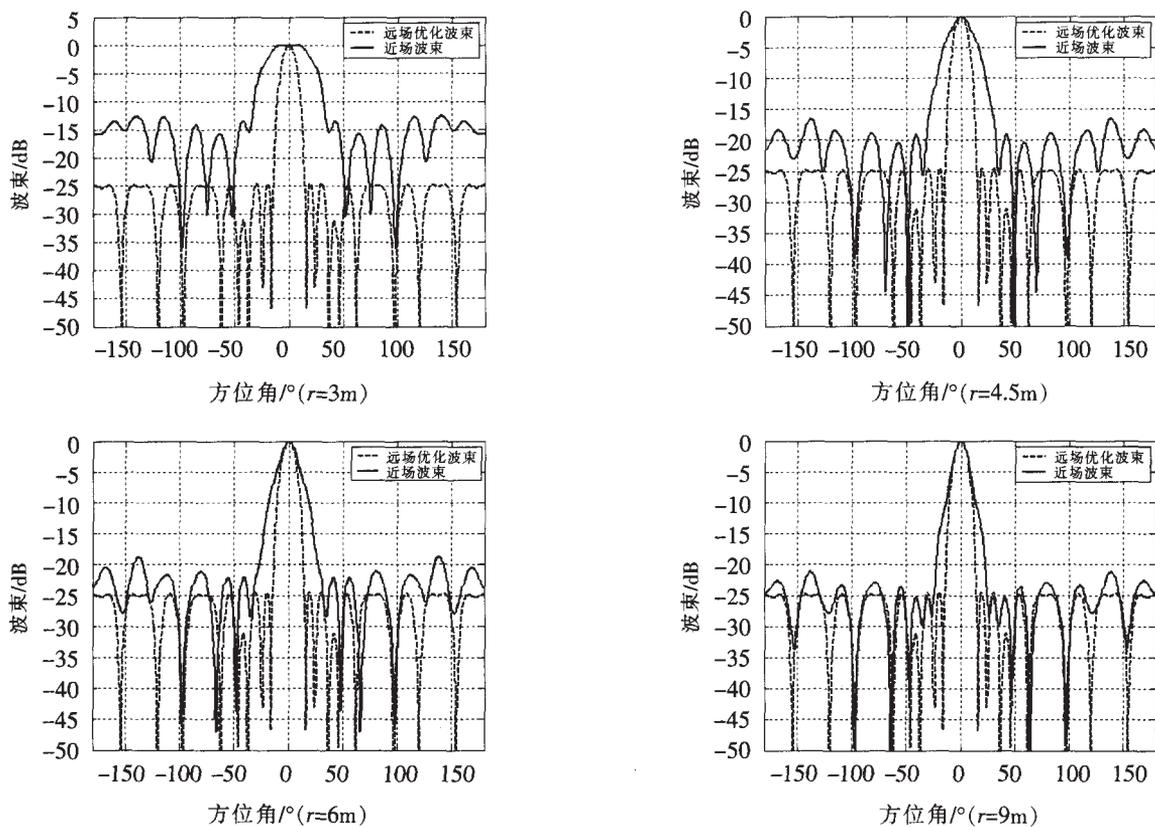


图 4 采用远场优化权得到的不同距离上的近场波束

Fig.4 The nearfield beampatterns based on the optimal farfield weighting vector

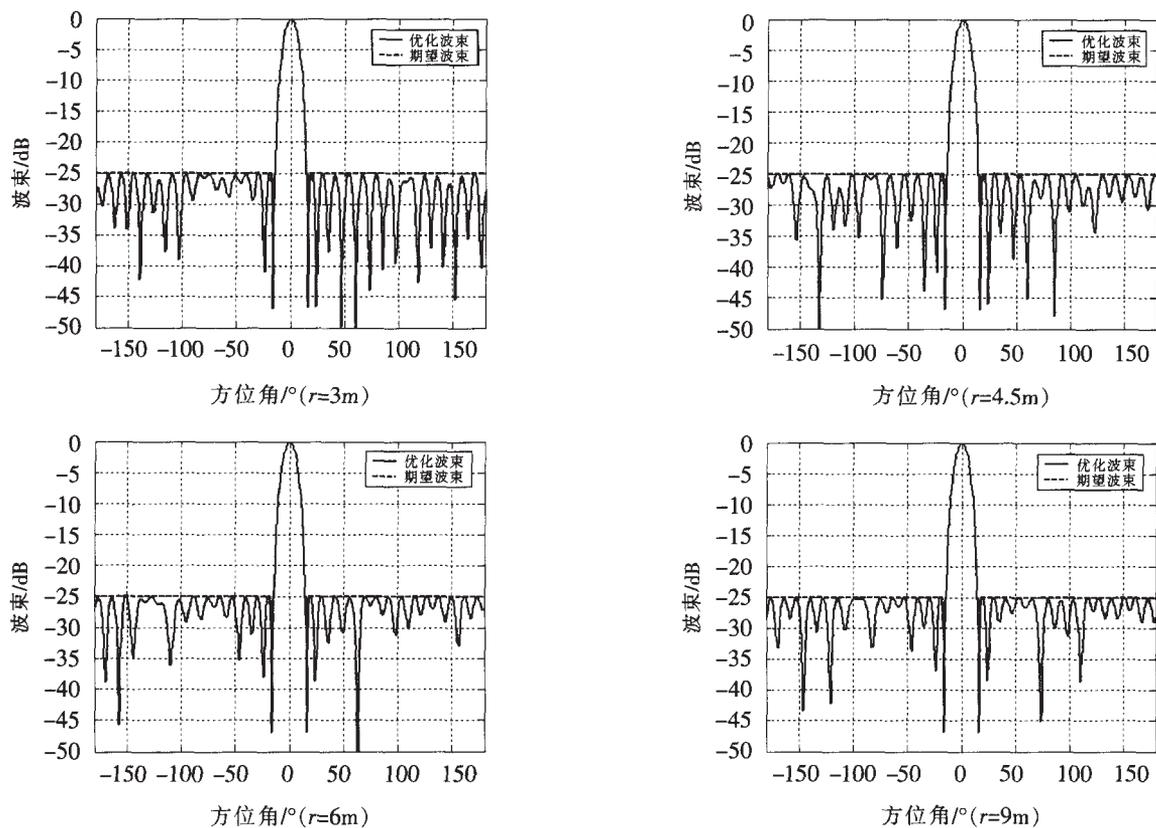


图 5 各个距离上优化得到的近场波束

Fig.5 The nearfield beampatterns using the constrained Least-Square method

## 5 结 论

本文主要研究了近场情况下的波束形成问题。在介绍了近场信号模型和近场情况下的阵列响应向量的基础上,提出了近场波束形成的一种约束最小平方和法。此方法将近场波束设计表示为最优化问题,并借助于优化工具箱来实现,可用于任意结构阵列。文中以 32 元均匀离散圆阵为例,给出了约束最小平方和近场波束优化方法在四个不同距离上的仿真设计结果,并与远场设计进行了比较。结果表明这种方法在主瓣区域和旁瓣区域都能得到满足要求的波束性能,较之近场补偿方法可以更方便地控制期望响应。而且此方法比基于半径转换的近场波束形成方法简单易行。但是这种方法需要在不同距离上设计不同的波束加权系数,所以在已知声源距离的先验信息时较为适用。这个问题也是近场波束设计中普遍存在的问题,需要作进一步的研究工作来解决。

### 参 考 文 献

- [1] Hansen R C. Measurement distance effects on low sidelobe patterns[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 1984, 32: 591-594.
- [2] Khalil F, Jullien J P, Gilloire A. Microphone array for sound pickup in teleconference systems[J]. J Audio Eng Soc, 1994, 42(9): 691-700.
- [3] Kennedy R A, Abhayapala T D, Ward D B. Broadband nearfield beamforming using a radial beampattern transformation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(8): 2147-2156.
- [4] Abhayapala T D, Kennedy R A. Nearfield broadband array design using a radially invariant modal expansion[J]. J Acoust Soc Amer, 2000, 107(1): 392-403.
- [5] Nordebo S, Claesson I, Nordholm S. Weighted Chebyshev approximation for the design of broadband beamformers using quadratic programming[J]. IEEE Signal Processing Lett, 1994, 1(7): 103-105.
- [6] Wang F, Balakrishnan V, Zhou P Y. Optimal array pattern synthesis using semidefinite programming[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2003, 51(5): 1172-1181.
- [7] 唐建生. 时域宽带波束形成方法及实验研究[D]. 西安: 西北工业大学硕士学位论文, 2004.
- TANG Jiasheng. Studies on time domain broadband beamforming: methods and experiments (In Chinese) [D]. M. Eng. dissertation, Northwestern Polytechnical University, March 2004.
- [8] 王大成, 郭丽华, 丁士圻. 基于矢量水听器阵的恒定束宽波束形成器的原理与设计[J]. 声学技术, 2004, 23(4): 205-209.
- WANG Dacheng, GUO Lihua, DING Shiqi. Beamformer with frequency invariant beam pattern using vector hydrophone arrays and its design[J]. Technical Acoustics (In Chinese), 2004, 23(4): 205-209.
- [9] 刘云, 李志舜. 滤波求和恒定束宽波束形成器设计[J]. 声学技术, 2003, 22(4): 262-264.
- LIU Yun, LI Zhishun. Design of beamformer with constant beamwidth based on filtering and summation[J]. Technical Acoustics (In Chinese), 2003, 22(4): 262-264.
- [10] Olen C A, Compton R T. A numerical pattern synthesis algorithm for arrays[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1990, 38(10): 1666-1676.